

Міністерство освіти і науки України
Управління освіти і науки Рівненської обласної державної адміністрації
Навчально-методичний центр професійно-технічної освіти
у Рівненській області
Державний професійно-технічний навчальний заклад
„Сарненський професійний аграрний ліцей”

Реалізація принципу професійної спрямованості
навчання при викладанні математики у професійно-
технічних навчальних закладах аграрного профілю

педагогічний досвід
Гриневич Тетяни Олександрівни,
викладача загальноосвітніх предметів
ДПТНЗ „Сарненський професійний аграрний ліцей”

Сарни – 2015 рік

ЗМІСТ

1. Подання	3
2. Характеристика автора досвіду.....	4
3. Анотація досвіду.....	6
4. Картка обліку перспективного педагогічного досвіду	12
5. Опис змісту досвіду.....	16
6. Список використаної літератури	30
7. Додатки.....	32
Додаток 1. Методична розробка уроку „Критичні точки функції. Точки екстремуму”	32
Додаток 2. Методична розробка уроку „Розв’язування логарифмічних рівнянь”	42
Додаток 3. Методична розробка уроку „Логарифмічна функція, її властивості і графік”	49
Додаток 4. Методична розробка уроку „Тригонометричні формули додавання”	62
Додаток 5. Методична розробка уроку „Об’єм циліндра”	68
Додаток 6. Методична розробка уроку „Кут між прямими та між прямою і площиною у просторі”	72
Додаток 7. Задачі за професійною спрямованістю”	76
Додаток 8. Методична розробка виховного заходу „Інтелектуальна гра „Вернісаж знань”	89



УКРАЇНА
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
УПРАВЛІННЯ ОСВІТИ І НАУКИ
РІВНЕНСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
Державний професійно-технічний навчальний заклад
“Сарненський професійний аграрний ліцей”

вул. Демократична, 15, м. Сарни, Рівненська обл., 34500 тел./факс (03655) 3-26-44,
E-mail: Lacey-spal@yandex.ua, Код ЄДРПОУ 02547197

від „_____” _____ 2015 р. № _____

В.о. директора НМЦ ПТО
у Рівненській області
Голоюху С.М.

ПОДАННЯ

Дирекція Державного професійно-технічного навчального закладу „Сарненський професійний аграрний ліцей” просить розглянути матеріали передового педагогічного досвіду Гриневич Тетяни Олександрівни, викладача загальноосвітніх предметів з теми „Реалізація принципу професійної спрямованості навчання при викладанні математики у професійно-технічних навчальних закладах аграрного профілю” – на предмет вивчення, узагальнення, схвалення, поширення серед професійно-технічних навчальних закладів області.

Досвід Тетяни Олександрівни Гриневич вивчено та узагальнено (2012–2014 рр.), Скибан Іриною Василівною, методистом ліцею, схвалено на засіданні методичної комісії природничо-математичного циклу (протокол № 4 від 26 листопада 2014 року), поширено у практику роботи викладачів ліцею. Досвід має позитивні результати впровадження.

Просимо розглянути педагогічний досвід Гриневич Тетяни Олександрівни на Навчально-методичній раді Навчально-методичного центру професійно-технічної освіти у Рівненській області.

Директор ліцею

М.П. Морозюк

2. ХАРАКТЕРИСТИКА АВТОРА ДОСВІДУ

Характеристика

Гриневич Тетяни Олександрівни,

викладача загальноосвітніх предметів

ДПТНЗ „Сарненський професійний аграрний ліцей”

Гриневич Тетяна Олександрівна працює в ДПТНЗ „Сарненський професійний аграрний ліцей” викладачем предметів „Алгебра”, „Геометрія” тридцять один рік. Має вищу кваліфікаційну категорію, педагогічне звання „викладач-методист”.

Навчальну діяльність будує на основі використання технології розвитку критичного мислення, досконало володіє ефективними формами і методами організації навчально-виховного процесу. Практикує проведення нестандартних уроків, на яких застосовує дослідницьку та ігрову діяльність, робить акцент на професійній спрямованості навчання.

У педагогічній діяльності Гриневич Т.О. надає перевагу інтерактивним методам навчання, використанню інформаційно-комунікаційних технологій. Педагог прагне, щоб кожен урок проходив у науковому пошуку, діалозі й співробітництві. Освоєння новітніх технологій дозволяє учням глибше осмислити нові знання, сприяє розвитку дивергентності мислення, розвиває уміння аналізувати, інтегрувати та синтезувати інформацію.

Ефективно використовує технічні засоби навчання: комп'ютери, проектор, відеотехніку.

Викладач є завідувачем кабінету „Математика”, при якому організувала роботу предметного гуртка, на заняттях якого учні поглиблюють свої знання, готують та проводять цікаві заходи в рамках предметних тижнів.

Працює над науково-методичною проблемною темою „Реалізація професійної спрямованості навчання шляхом використання інноваційних засобів активізації пізнавальної діяльності учнів при викладанні математики у професійно-технічних навчальних закладах аграрного профілю”.

Тетяна Олександрівна – творча людина, постійно прагне самовдосконалення. Маючи досвід роботи, надає консультації, методичну допомогу педагогам. Бере активну участь у педагогічних радах, психолого-педагогічних семінарах, фестивалях творчої майстерності, виставках педагогічних ідей, обласних та ліцейних конкурсах

Веде активну громадську діяльність. Є головою комітету профспілки навчального закладу.

Користується авторитетом серед колег та учнів.

14.02.2015 р.

Директор ліцею

М.П. Морозюк

3. АНОТАЦІЯ ДОСВІДУ

Тема досвіду: „Реалізація принципу професійної спрямованості навчання при викладанні математики у професійно-технічних навчальних закладах аграрного профілю”.

Автор досвіду: Гриневич Тетяна Олександрівна.

Адреса досвіду: Державний професійно-технічний навчальний заклад „Сарненський професійний аграрний ліцей”.

Об’єкт досвіду: процес навчання математики в умовах професійної школи.

Роки вивчення: 2012–2014 рр.

Актуальність досвіду:

Державна національна програма „Освіта” („Україна XXI століття”) спрямовує розвиток освіти на забезпечення професійної самореалізації особистості, формування її кваліфікаційного рівня та соціального потенціалу.

Водночас бурхливий розвиток науки та техніки зумовлює швидкі темпи зростання обсягу знань, якими повинна оволодіти людина для своєї повноцінної та плідної життєдіяльності в сучасному інформаційному суспільстві. Тому формування в учнів основ інформаційної культури, достатніх для впевненого та ефективного використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у власній професійній діяльності та повсякденному житті стає сьогодні одним із актуальних завдань системи освіти.

При цьому першочергового значення набувають завдання формування змісту навчального курсу математики відповідно до фахової спрямованості навчання, вдосконалення сучасних технологій навчання, що забезпечували б поряд з істотним підвищенням теоретичної та практичної підготовки учнів подальшу методологічну орієнтацію процесу навчання на підтримання та розвиток особистісного потенціалу кожного окремого учня.

Постійний, органічний зв’язок теорії з практикою у викладанні математики забезпечує таке засвоєння учнями навчального матеріалу, при якому теорія стає не тільки керівництвом до дії, до вирішення практичних завдань, а й збуджує інтерес до вивчення математики, підвищує творчу активність. Водночас такий

зв'язок є кращим способом попередження формалізму знань учнів, передбачає посилення змістовно-прикладної сторони курсу математики у професійно-технічних навчальних закладах.

Мета: сприяти розвитку критичного мислення учнів, їх професійному становленню шляхом створення особистісно-орієнтовного освітнього середовища з використанням інноваційних педагогічних технологій.

Ідея досвіду: запровадження нових підходів викладання математики у професійно-технічному навчальному закладі відповідно до професійної спрямованості навчання шляхом використання інноваційних форм роботи для формування навичок критичного мислення майбутнього кваліфікованого робітника.

Новизна досвіду: досвід раціоналізаторський, рівень новизни – умовний.

Сутність досвіду: Принцип професійної спрямованості викладання математики у професійно-технічних навчальних закладах полягає у такій організації навчання, яка, не порушуючи систематичності викладання предмета, а також логіки його подання, забезпечує більш детальну проробку професійно значущого навчального матеріалу, ілюструючи практичне значення даного предмета для розвитку тієї чи іншої галузі виробництва. Тобто, основними принципами викладання алгебри та геометрії є забезпечення зв'язку із змістом професійної освіти, відповідно вимогам кваліфікаційних характеристик і задоволення потреб предметів професійно-теоретичного циклу щодо аналізу технологічних процесів, які вивчаються.

Досягнення цієї мети у практиці викладання курсу математики здійснюється за допомогою:

- 1) конкретизації теорій, явищ і процесів під час вивчення курсу математики та закріплення цих знань використовуючи навчальний матеріал спецпредметів;
- 2) показом практичного використання в даній професійній діяльності знань, отриманих під час вивчення математики;

- 3) складання задач із професійно-спрямованим змістом, використанням розрахунків пов'язаних із майбутньою професійною діяльністю;
- 4) використання інформаційно-комунікаційних технологій із загальноосвітніх предметів з ілюстрацією в них наступності та взаємозв'язку основ математики і професійних знань відповідно до профілю навчального закладу.

Дана методика ґрунтується на використанні інноваційних методів і прийомів роботи, технологій розвитку критичного мислення, проблемного, інтерактивного, проектного та особистісно-орієнтованого навчання, розв'язання практичних завдань за професійною спрямованістю, що сприяє виробленню в учнів математичного мислення, для подальшого використання у майбутній професійній діяльності. Стратегія такого навчання – розвиток особистісного потенціалу учня, його професійне становлення.

Для реалізації запропонованої моделі навчання викладач в своїй діяльності використовує методи, прийоми та форми організації навчальної діяльності учнів, що сприяють підвищенню мотивації учнів до навчання.

Формуванню навичок самостійної навчальної діяльності учнів сприяє:

- створення атмосфери комфорту, впевненості у собі, власній значущості за допомогою вправ „Чарівна скринька”, „Дерево очікувань”, які дозволяють забезпечити особистісне цілепокладання кожного учня, визначити обсяг, глибину дійсно важливого для них змісту;
- чітке виокремлення викладачем об'єкту міцного засвоєння базових знань;
- активізація діяльності учнів за допомогою цікавих прикладів із професійної діяльності;
- робота з підручником, інструкційною карткою, зошитом передбачає складання схем роботи, навколо яких згодом буде вивчення всієї теми;
- розв'язання задач за професійною направленістю;
- використання експериментальних і практичних робіт, які дозволяють забезпечити професійну спрямованість навчання, оволодіння учнями способами й методами пізнання навчання.

- організація навчання в групах і парах;
- використання дидактичних ігор: „Рух по колу”, „4x4” або „2x2”, „Морський бій”, „Веселі старти”, „Світлофор”, „Поле чудес” тощо.
- формування й розвиток навичок дослідницької діяльності через розробку системи вправ і завдань, організацію роботи з додатковою науково-популярною літературою, роботою в мережі Інтернет.

Результативність досвіду: Викладання курсу математики при підготовці кваліфікованих робітників повинно мати чітку професійну спрямованість, що є не лише вимогою ринку праці, але й потребою сьогодення. Природничо-математична підготовка розвиває та вдосконалює навички самостійної роботи, порівняння і оцінки якості виконаних робіт відповідно до вимог; координації дій відповідно до зміни ситуації; формує навички дотримання технології послідовності виконання робіт; навички розрахункового характеру: оперування числами, дробами, відсотками, співвідношенням величин, пропорціями, розв’язанням рівнянь тощо.

Поряд із вищезазначеним використання інноваційних форм і методів роботи сприяє поглибленому вивченню предмета, а поєднання із професійною спрямованістю, яка досягається за рахунок реалізації міжпредметних зв’язків математики і спеціальних дисциплін з використанням інформаційно-комунікаційних технологій дає можливість готувати висококваліфікованого робітника, конкурентоспроможного на ринку праці. Крім того, поєднання інноватики в навчанні поряд із його професійною спрямованістю дає змогу підвищити результативність навчання, посилює мотивацію учнів до навчання, самоосвітньої діяльності, сприяє формуванню зацікавленості не лише предметом, але й обраною професією загалом.

Найбільшого педагогічного ефекту можна досягти за умов диференційованого та комплексного використання можливостей засобів цифрових освітніх ресурсів під час організації різних форм діяльності на уроці. Інформатизація навчання суттєво змінює форми, методи та зміст навчання, але

її впровадження у навчальний процес не може замінити викладача, його роль не знижується, а змінюється.

Висновки: Педагогічно доцільне і виправдане, методично грамотне впровадження елементів професійно-спрямованого навчання математики підвищує мотивацію навчальної діяльності учнів та формує стійкий пізнавальний інтерес до інформаційно-комунікаційних технологій, забезпечує індивідуалізацію процесу навчання, що сприяє більш якісному та свідомому засвоєнню навчального матеріалу, надає навчально-пізнавальній діяльності дослідницького, творчого характеру, продовжуючи формування в учнів навичок та умінь самостійної роботи.

Використання інноваційних методів роботи з учнями, виконання робіт за професійною спрямованістю, яке в свою чергу орієнтоване на систематичне та цілеспрямоване використання засобів сучасних ІКТ, підвищує ефективність управління навчально-пізнавальною діяльністю учнів з різним рівнем підготовки та різними здібностями. Це дозволяє гарантувати кожному учневі знання математики, які він зможе використати у подальшій професійній діяльності; підвищити мотивацію до засвоєння теоретичних знань, практичних умінь; досягти позитивних змін у рівні навченості, розвитку творчих навичок, прагненні до освіти, пошукової, творчої, дослідницької діяльності.

Умовами використання даного педагогічного досвіду є: знання й володіння викладачем технологією формування критичного мислення, проектною й інтерактивною технологіями, методикою постановки дослідницьких задач і створення ситуації успіху для кожного учня на рівні практичного застосування; забезпечення комп'ютером й ППЗ з предмету; використання розробленого дидактичного інструментарію; наявність партнерських стосунків у системі „викладач-учень”, „учень-учень”.

Серед особистісних якостей педагога слід відзначити: творчість, високий рівень ерудиції, розвинений світогляд, основні знання з професій, які здобувають учні в навчальному закладі, демократичний стиль спілкування з ними.

Серед умов використання: знання теоретичних засад, на яких ґрунтується досвід; володіння технологією проектної діяльності, евристичного навчання; використання створеного навчально-методичного й дидактичного інструментарію.

Матеріали ППД можуть бути використані при викладанні загальноосвітніх предметів у професійно-технічних навчальних закладах. Передбачуваний масштаб і форми розповсюдження: через відкриті уроки, виступи на обласному методичному об'єднанні викладачів, проблемні семінари, майстер-класи, створення відеофільму й методичного посібника.

Інформація про осіб, які узагальнювали ППД: Скибан Ірина Василівна, методист Державного професійно-технічного навчального закладу „Сарненський професійний аграрний ліцей” (Рівненська область, Сарненський район, м. Сарни, вул. Демократична, 15; тел.: (03655)3-26-44; e-mail: Liceu-spal@yandex.ua.

КАРТКА

обліку перспективного педагогічного досвіду

1. Інформація про автора досвіду

Прізвище, ім'я, по батькові: Гриневич Тетяна Олександрівна

Дата народження: 12 червня 1962 року.

Освіта: вища, Київський державний педагогічний інститут, 1983 р.

Кваліфікація: спеціаліст вищої категорії.

Педагогічне звання: „викладач-методист”.

Педагогічний стаж: 31 рік.

Посада: викладач загальноосвітніх предметів.

Адреса досвіду: Державний професійно-технічний навчальний заклад „Сарненський професійний аграрний ліцей”.

2. Інформація про досвід

Тема: „Реалізація принципу професійної спрямованості навчання при викладанні математики у професійно-технічних навчальних закладах аграрного профілю”.

Мета: сприяти розвитку математичного мислення учнів, їх професійному розвитку шляхом забезпечення інтеграції загальноосвітніх і професійних знань з використанням інноваційних педагогічних технологій.

Ідея досвіду: створення можливостей для вдосконалення професійно-технічної освіти через реалізацію принципу професійної спрямованості, інтеграцію і диференціацію навчання, використання нових технологій навчання при викладанні математики, що в свою чергу вирішує проблему перетворення наукових знань у професійні, стимулює інтерес до загальноосвітніх знань, забезпечує професійну мобільність випускників.

Гіпотеза: якщо налагодити взаємозв'язок змісту математичної освіти із навчальним матеріалом професійних дисциплін, специфікою професійного мислення кваліфікованого робітника, вплив математичної

підготовки на професійне вдосконалення особистості з урахуванням вищесказаного можна розробити сукупність професійно-орієнтованих професійних задач, в умові і вимозі яких відображена модель певної виробничої ситуації, цілеспрямовано впровадити ці завдання в навчальний процес, то це дозволить підвищити рівень професійної підготовки даного робітника.

- Завдання:**
1. Проаналізувати стан викладання математики за професійною спрямованістю в педагогічній, психологічній, методичній літературі і практиці навчання математики.
 2. Виявити основні професійні якості кваліфікованого робітника відповідно до профілю навчального закладу (в нашому випадку – аграрного), які формуються в рамках математичної підготовки.
 3. Розробити методичне забезпечення у вигляді професійно-орієнтованих математичних задач, які б показували взаємозв'язок математики і спеціальних дисциплін, розвиток професійного мислення кваліфікованого робітника, його професійної мотивації.
 4. Розробити методику вивчення одного з математичних розділів в контексті теми дослідження.
 5. Розробити плани-конспекти різного виду аудиторних і поза аудиторних занять спрямованих на формування професійних якостей особистості кваліфікованого робітника і перевірку рівня їх сформованості.
 6. Експериментально перевірити ефективність розробленої методики та скласти рекомендації для її використання в практиці навчання.

Короткий зміст: Для успішного професійного становлення випускників професійно-технічних навчальних закладів необхідно, щоб в навчально-виховному процесі завершилось їх професійне самовизначення, тобто сформувалось ставлення до себе, як до суб'єкта власної діяльності. Дана методика ґрунтується на використанні інноваційних методів і прийомів роботи, технологій розвитку критичного мислення, проблемного,

інтерактивного, проектного та особистісно-орієнтованого навчання, розв'язання практичних завдань за професійною спрямованістю, що сприяє виробленню в учнів навичок застосування набутих впродовж вивчення математики знань у професійній діяльності. Стратегія такого навчання – розвиток особистісного потенціалу учня, його професійне становлення.

Для реалізації запропонованої моделі навчання викладач в своїй діяльності використовує методи, прийоми та форми організації навчальної діяльності учнів, що сприяють підвищенню мотивації учнів до навчання.

Експертна оцінка: Представлений ППД є раціоналізаторським, за рівнем новизни – умовний. Викладачем запропонована модель взаємодії у навчальному процесі: зацікавленість – пізнання – проблема – запитання – пошук відповідей – рефлексія – творчість, що дозволяє створити умови для формування критичного мислення.

Системна й різнопланова робота викладача на уроках математики та позакласних заходах на основі інтеграції інтерактивних, інформаційно-комунікативних технологій, професійно-спрямованого навчання сприяє: розвитку критичного мислення, забезпечує формування інтелектуально-розвиненої і професійно-освіченої, та суспільно-відповідальної, творчої особистості.

Використання ППД дає наступні результати: за даними спостережень, анкетувань і досліджень, проведених протягом двох останніх років встановлено, що в учнів, які навчалися за даною моделлю підвищився інтерес до вивчення математики, а це в свою чергу пришвидшило виробничий процес. Крім того, учні із

вищим рівнем знань математики мають додаткові переваги на ринку праці.

За даними психологічної служби учні мають стійку мотивацію до навчання.

Рівень практичної значущості ППД - предметний, загальнометодичний.

Умовами використання є: знання й володіння викладачем технологією формування критичного мислення, проектною й інтерактивною технологіями, методикою постановки дослідницьких задач і створення ситуації успіху для кожного учня на рівні практичного застосування; забезпечення комп'ютером й ППЗ з предмету; використання розробленого дидактичного інструментарію; наявність партнерських стосунків у системі „вчитель-учень”, „учень-учень” та знаннями з професій, які здобувають учні у навчальному закладі.

Схвалено (ким, коли): Рішенням методичної комісії природничо-математичного циклу Державного професійно-технічного навчального закладу „Сарненський професійний аграрний ліцей” від 26 листопада 2014 р. (протокол № 4 від 26.11.2014 року);

Рішенням обласної методичної секції викладачів математики професійно-технічних навчальних закладів Рівненщини (протокол № __ від 02 квітня 2015 року).

Заходи щодо розповсюдження досвіду: *Рівень навчального закладу:* творчий звіт, участь у конкурсі „Перлини педагогічного досвіду”, створення відеофільму.

Обласний рівень: виступи методичних об'єднань, семінарах; демонстрація відеофільму; участь у конкурсах фахової майстерності.

4. ОПИС ЗМІСТУ ДОСВІДУ

Опис власного педагогічного досвіду

Гриневич Тетяни Олександрівни,
викладача математики Державного професійно-технічного
навчального закладу „Сарненський професійний аграрний ліцей”,
спеціаліста вищої категорії, викладача-методиста

„Реалізація принципу професійної спрямованості навчання при викладанні математики у професійно-технічних навчальних закладах аграрного профілю”

*„Все, що знаходиться у взаємному зв'язку,
повинно викладатися у такому ж зв'язку”.*

Я.А. Коменський

Актуальність. Для успішного професійного становлення випускників професійно-технічних навчальних закладів навчання, необхідно, щоб в навчально-виховному процесі завершилось їх професійне самовизначення, тобто сформувалось ставлення до себе, як до суб'єкта власної діяльності, щоб вони не тільки добре засвоїли фундаментальні знання з основ наук і відповідні їм вміння і навички, але й міцно оволоділи спеціальними знаннями, операційною стороною професійної діяльності. Майбутній фахівець має бути готовим увійти в виробничу систему взаємозв'язків, впевнено почувати себе в професійному середовищі, а для цього необхідні сформовані професійні якості особистості і навички соціального і суто професійного спілкування. Здійснити таке можливо за умови професійно спрямованого навчання.

Правильне розуміння принципу професійної спрямованості створює передумови педагогічно доцільного професійного навчання учнів. Професійна спрямованість навчання є провідним принципом навчання у підготовці кваліфікованих робітників. Сутність даного принципу полягає у своєрідному

використанні педагогічних засобів, при якому забезпечується засвоєння учнями передбачених програмами навчальних дисциплін знань, умінь, навичок, досвіду творчої діяльності і в цей самий час успішно формується інтерес до обраної професії, ціннісне ставлення до неї, професійні якості особистості майбутнього кваліфікованого робітника через поєднання матеріалів загальноосвітніх предметів із матеріалом професійних дисциплін, і як наслідок підвищується мотивація до навчання, адже учень розуміє де й коли йому знадобляться отримані, наприклад, під час вивчення математики, знання.

У науково-методичній літературі більшого розповсюдження набуло вирішення питань викладання математики за професійним спрямуванням у професійно-технічних навчальних закладах, які готують робітників для металургійного, машинобудівного, нафтопереробного, будівного та радіотехнічного профілю. Водночас ролі математики при підготовці кадрів для сільського господарства приділялося менше уваги.

Вивчення практики викладання у професійно-технічних навчальних закладів аграрного профілю показало, що курс математики не орієнтований на професії даного профілю. Переважно навчальний матеріал вивчається у відриві від спеціальних, загальнотехнічних дисциплін і виробничої практики учнів. На уроках алгебри, геометрії вирішуються завдання, які далекі від професійних інтересів учнів. Аналіз сучасних підручників і навчальних посібників які використовуються у професійно-технічних навчальних закладах показує, що лише незначна частина завдань відображає прикладну спрямованість математики, зміст багатьох з них розраховані переважно на учнів загальноосвітніх навчальних закладів. Тому вдосконалення існуючого навчального матеріалу, розробка і складання прикладних математичних задач, орієнтованих на професію учнів і методики професійно-спрямованого навчання є першорядним завданням для викладача математики професійно-технічного навчального закладу.

Недостатня розробленість даної проблеми в методичній літературі, слабка професійна спрямованість курсу математики професійно-технічних навчальних

закладів даного профілю і завдання підготовки висококваліфікованих робітників роблять даний дослідження актуальним.

Основна ідея досвіду: створення можливостей для вдосконалення професійно-практичної підготовки кваліфікованих робітників через реалізацію принципу професійної спрямованості при викладанні математики, інтеграцію і диференціацію навчання, використання нових технологій навчання, що в свою чергу вирішує проблему перетворення наукових знань у професійні, стимулює інтерес до загальноосвітніх знань, забезпечує професійну мобільність випускників.

Інноваційність: Нині якість освіти – це не лише характеристика суми знань, засвоєних людиною. У сучасному світі, де знання і технології оновлюються швидше, ніж життя одного покоління людей, слід спрямувати навчальний процес не тільки на засвоєння базових знань, а й на набуття потреби, умінь і навичок самостійно засвоювати нові знання та інформацію протягом усього життя й ефективно використовувати їх на практиці, вміння сприймати зміни, які стають невід’ємною рисою буття людини, готовності вчасно відмовитися від старого досвіду й норм поведінки. Саме тому необхідно враховувати всі кроки алгоритму професійного спрямування навчання і будувати процес навчання таким чином, щоб професійний рівень випускників відповідав саме сучасним вимогам ринку праці.

Практичне значення досвіду: визначено аспекти професійної спрямованості навчання математики, напрямки і шляхи реалізації, умови, що забезпечують їх ефективне впровадження, педагогічні та психологічні основи професійного спрямування, функції, принципи і правила її реалізації.

Теоретичним, нормативним забезпеченням є головні положення щодо розвитку професійно-технічної освіти в Україні, викладені в Законах України „Про освіту”, „Про професійно-технічну освіту”, Державній національній програмі „Освіта” (Україна XXI століття), Державному стандарті базової і повної середньої освіти, Концепції профільного навчання в старшій

школі; наукові положення про ігрову діяльність дитини, дидактичні та ділові ігри.

Проблемам професійної освіти присвятили свої дослідження такі вчені як О.С. Гребенюк, Р.С. Гуревич, О.А. Грішнова, В.Ю. Биков, С.У. Гончаренко, М.І. Жалдак, Н.В. Морзе, С.А. Раков, В.А. Петрук та інші.

Сутність досвіду: Невід’ємним компонентом культури сучасної людини є інформаційна культура, вирішальний вклад в формування якої сьогодні належить вивченню математики та інформаційно-комунікаційних технологій в навчальних закладах.

Зміст навчального курсу математики ґрунтується на принципах практичної доцільності, концентризму, наступності змісту, варіативності, диференціації, відповідності обсягу навчального матеріалу та рівня його складності віковим особливостям учнів.

Даний предмет у Державному професійно-технічному навчальному закладі „Сарненський професійний аграрний ліцей” вивчають учні I та II курсу. Під час уроків вони отримують теоретичні знання, виконують практичні роботи, де, власне, мають можливість відпрацювати свої вміння. Викладачу та учням доводиться працювати принаймні у двох напрямках: вивчення конкретного навчального матеріалу та формування інформаційно-комунікаційної компетентності, що вимагає використання активних методів навчання (групова або командна робота, ділові ігри та імітаційні вправи тощо). Важливим елементом навчання учнів професійно-технічних навчальних закладів є його професійна спрямованість.

Розглядаючи різні підходи до визначення даного поняття ми спираємось на те, яке під організацією навчального процесу розуміє: по-перше, забезпечення фундаментальної підготовки учнів з урахуванням програмного рівня (стандарту) теоретичних знань, вмінь і навичок з предметів циклу; по-друге, формування підсистеми теоретичних знань і вмінь, котрі сприяють засвоєнню спеціальних (профільних) дисциплін, оволодінню професією, застосуванню цих знань у різних умовах

майбутньої практичної діяльності з урахуванням зміни науково-технічних процесів; по-третє, сприяння розвитку в учнів ціннісного ставлення до обраної професії, формуванню інтересу до діяльності в обраній галузі виробництва, подальшого розвитку інтелектуальних якостей і моральних рис.

Враховуючи вищевказане, ми пропонуємо наступний алгоритм реалізації професійної спрямованості навчання:

1. Вивчення професій та посад, які можуть займати випускники ліцею (аналіз моделі особистості компетентного робітника, кваліфікаційної характеристики, вимоги ринку праці до відповідних спеціалістів).
2. Визначення шляхів формування позитивної мотивації та професійного інтересу.
3. Вивчення спеціальних дисциплін та практик, що передбачені програмами (аналіз навчальних програм, підручників та посібників, програмного та технічного забезпечення, бесіди з викладачами та потенційними роботодавцями).
4. Аналіз кожного предмету, як фахового, так і загальноосвітнього циклу з точки зору професійного спрямування (аналіз навчальної літератури, підбір відповідних задач і завдань).
5. Аналіз запланованих за програмами практик та організація їх таким чином, щоб студенти отримали практичні навички майбутньої професії.
6. Відбір змісту навчання, вибір методів, засобів і форм навчання та виховання з метою формування професійної спрямованості особистості.

Сучасний урок повинен навчити критично мислити, приймати рішення, розв'язувати проблеми; вчити спілкуватися, ставити запитання, представляти різні позиції; заохочувати до співпраці, вчити досягати компромісу; створювати ситуації, в яких учні безпосередньо вивчають і розв'язують конкретні суспільні проблеми та ситуації. Виходячи з цього, форми роботи на сучасних уроках повинні бути далекими від сухого переказу абстрактних знань. Вони повинні захоплювати учнів, пробуджувати в них інтерес та мотивацію, навчати самостійному мисленню та діям.

При проведенні уроків математики ефективно ми використовуємо метод проблемних ситуацій, який орієнтований на практичну діяльність. Сутність методу полягає в тому, що за спеціальною системою опрацьовуються складні проблемні ситуації або випадки з виробничої діяльності, після чого учні мають назвати власний шлях їх розв'язання.

Роботу на уроці за цим методом можна розділити на декілька етапів:

- 1) привітання, створення невимушеної атмосфери, повторення вивченого;
- 2) постановка завдання, що має проблемний характер;
- 3) визначення проблеми та виникнення пізнавального інтересу в учнів;
- 4) робота над вирішенням поставленої задачі та формування потреби у додаткових знаннях, необхідних для її вирішення;
- 5) вивчення нового матеріалу (повідомлення викладача; пошук в підручниках, довідниках; робота над проблемою малими групами тощо);
- 6) розв'язання проблемної ситуації;
- 7) підведення підсумків.

Водночас, далеко не кожна людина готова до вирішення проблемної ситуації. Більшість діють за штампом, за готовим рецептом „типового рішення”, тому губляться там, де потрібні самостійні міркування й рішення.

А тому для підвищення якості роботи учнів на уроці ми застосовуємо й інші традиційні та нетрадиційні методи навчання, серед яких: „Бесіда за круглим столом”, „Випереджальні домашні завдання”, „Знайди відповідь” (робота з текстом) та інші.

Використання інноваційних технологій, враховуючи принцип професійного навчання сприяє тому, що учні не тільки самі прагнуть виконувати завдання, але й спонукають до цього своїх товаришів. Викладач і учні проходять загальний шлях становлення компетентності (у сфері інформаційно-аналітичної, технологічної, комунікативної, соціальної діяльності), стають партнерами.

Сенс застосування елементів професійного навчання обґрунтований і віковими особливостями учнів. У підлітковому віці спостерігається загострення

потреби у створенні свого власного світу, у прагненні до дорослості, бурхливий розвиток уяви, фантазії. Особливостями виконання практичних завдань є спрямованість на самоствердження в суспільстві. Перевагами завдань такого характеру є те, що вони дозволяють: розглянути певну проблему в умовах значного скорочення часу; освоїти навички виявлення, аналізу й розв'язання конкретних проблем; концентрувати увагу учасників на головних аспектах проблеми та встановлювати причинно-наслідкові зв'язки (інформаційна складова ІКТ-компетентності); працювати груповим методом при підготовці й прийнятті рішень, орієнтації в нестандартних ситуаціях; розвивати взаєморозуміння між учасниками при використанні такого методу, як „Ділова гра” (комунікативна складова ІКТ-компетентності); формувати навички свідомого обґрунтованого вибору ІКТ засобів для розв'язання певної проблеми (технологічна складова ІКТ-компетентності).

Принцип професійної спрямованості навчання ефективно працює під час виконання практичних робіт з математики, які призначені для відпрацювання учнями набутих знань а також дають можливість викладачу оцінити учня та його вміння.

Практичні завдання з математики добираються таким чином, щоб учні паралельно із виробленням безпосередніх навичок і умінь роботи з комп'ютерною технікою, закріпили отримані знання з професії, яку здобувають. Для ознайомлення учнів з сьогоденням та новинками інформаційних та комп'ютерних технологій, науковими досягненнями призначені окремі уроки.

Наприклад, для учнів, які навчаються за професією „Електромонтер з ремонту та обслуговування електроустаткування” можуть бути використані завдання на складання програм, що мають на меті визначення опору провідника, сили струму, завдання на побудову електричних схем (додаток: план-конспект уроку). Створення та використання таких програм дає можливість автоматизувати обрахунки, пришвидшити розрахункову роботу. Для груп, які навчаються за професією „Тракторист-машиніст

сільськогосподарського виробництва” розроблені завдання на складання програм для визначення площі поля, визначення кількості затрат пального на його обробіток, визначення врожайності. Різного роду тестові завдання, які учні вирішують за допомогою спеціального програмного забезпечення, безпосередньо на комп’ютері, можуть містити питання із охорони праці, правил дорожнього руху, будови машин та агрегатів. Завдання пов’язані знаннями, які учні здобувають під час професійного навчання, побутовими і природними явищами, технікою, технологією виробництва.

При плануванні уроків за професійним спрямуванням не слід забувати про діяльнісний і технологічний аспекти. Вся система роботи повинна будуватися на основі залучення учнів до професійної діяльності, яку необхідно сформувати.

У ході підготовки та проведення уроків з використанням інноваційних методів можуть виникнути труднощі, а саме: урок за професійною спрямованістю вимагає складної підготовки викладача, коли необхідно врахувати всі ситуації, які можуть виникнути; виконання завдань обмежене рамками уроку й вимагає врахування активності учнів групи, готовності їх до певного роду діяльності; завдання повинно містити певну частину азарту, тому потрібно витримати його оптимальний рівень, щоб не знизити значимість виконання завдань порівняно із самим процесом.

Формування всіх ключових компетентностей відбувається на кожному уроці й неможливо відокремити в чистому вигляді формування інформаційної, соціальної або комунікативної компетентності від формування будь-якої іншої.

За останні роки спостерігається динаміка росту якості знань та навчальних досягнень учнів ліцею з математики. Проаналізувавши анкетування випускників можна з упевненістю сказати, що випускники з високим та достатнім рівнем знань комп’ютерної техніки мали додаткові переваги при влаштування на роботу. Крім того, частина випускників використовує отримані знання в практичній діяльності. Також було відмічено збільшення кількості

учнів, які брали участь в олімпіадах з математики, науково-дослідницькій роботі з предмета, конкурсах з інформаційних технологій.

Основним методом реалізації прикладної спрямованості курсу математики є метод математичного моделювання, а найбільш ефективним засобом – прикладні задачі, розв’язування яких потребує глибоких знань як з математики, так і з інших дисциплін.

Усі наші знання про навколишній світ уявляються у вигляді найрізноманітніших моделей, серед яких є і математична.

Математичними моделями прийнято називати системи математичних об’єктів, що описують досліджуваний процес або явище математичною мовою. Для складання математичних моделей використовують різноманітні математичні засоби: рівняння, функції, графи, таблиці, геометричні конструкції тощо. У моделі концентрується сукупність наших знань, уявлень, гіпотез про відповідний об’єкт чи явище. Оскільки ці знання ніколи не бувають абсолютними, а гіпотези можуть іноді навмисне не враховувати деякі факти, то модель лише наближено описує поведінку реальної системи. Заміна вже наявних моделей на ті, в яких повніше відтворюються суттєві для дослідження властивості процесу чи явища, комбіноване застосування різних моделей – шлях пізнання дійсності.

У процесі розв’язування прикладної задачі звичайно виникає потреба побудови математичних моделей реальних об’єктів, про які йдеться у задачі. Математичні моделі реального процесу або об’єкта можуть бути подані у вигляді формули, математичного малюнка, математичного твердження, геометричної фігури. У реальному житті є багато задач, які, на перший погляд, не мають між собою нічого спільного. Але часто для їх розв’язання можна використовувати одну й ту саму математичну модель. Отже, вміння працювати з однією математичною моделлю дає можливість розв’язувати різні прикладні задачі. Навчання учнів самостійно здійснювати дослідження, використовувати нестандартні підходи до розв’язування задач сприяє результативному та

ефективному процесу формування творчого мислення учнів, підвищення навчально-пізнавальної діяльності.

Процесу розв'язування прикладної задачі властиві всі етапи математичного моделювання.

I етап. Створення математичної моделі – переклад задачі з природної мови тієї галузі, де вона виникла, на мову математики.

II етап. Дослідження математичної моделі – на цьому етапі велика увага приділяється розробці алгоритму і методів розв'язування задачі, за допомогою яких результат можна знайти з необхідною точністю і за припустимий час. Тут важливу роль набувають математичний апарат, необхідний для аналізу та розв'язання математичної моделі.

III етап. Інтерпретація розв'язків – на цьому етапі з'ясовується, чи відповідають результати експерименту теоретичним наслідкам моделі в межах визначеної точності. Потрібно повернутися до початкової умови та з'ясувати, чи задовольняє одержаний розв'язок змісту прикладної задачі. Іноді в результаті такої інтерпретації з'ясовується, що розв'язки математичної задачі або не можуть бути розв'язками прикладної задачі, або виникає потреба в додаткових дослідженнях і перетвореннях.

У процесі розвитку науки і техніки дані про досліджувані явища усе більше і більше уточнюються і настає момент, коли висновки, що одержують на основі існуючої математичної моделі, не відповідають нашим знанням про явище. Таким чином, виникає необхідність побудови нової, досконалішої математичної моделі. Аналіз знайдених результатів обов'язків у процесі розв'язування прикладних задач.

Найбільш складним для учнів є перший етап. Це пов'язано з невмінням перекласти умову прикладної задачі на мову математики і створити адекватну математичну модель, оскільки у більшості учнів розвинуте алгоритмічне мислення, що є перешкодою розвитку творчого мислення. Якщо учням запропонувати готову модель прикладної задачі, або допомогти створити її, то з розв'язанням учні справляються добре. Проблеми також виникають в учнів на

третьому етапі. Учні не завжди можуть проінтерпретувати розв'язок математичної задачі як розв'язок прикладної задачі. Отже, в учнів необхідно спеціально формувати вміння застосовувати теоретичні знання для розв'язання конкретних практичних задач.

Задачі прикладного характеру досить вдало доповнюють систему задач курсу алгебри та геометрії і можуть використовуватися на різних етапах навчання і з різною метою. Залучення учнів до розв'язування таких задач на уроках математики сприяє розвитку творчого мислення, свідомому, якісному засвоєнню навчального матеріалу, активізує навчально-пізнавальну діяльність, дозволяє здійснювати перенесення отриманих знань і умінь в ту чи іншу галузь, що в свою чергу, активізує інтерес до завдань прикладного характеру і вивчення математики в цілому.

Застосування математики для описання і дослідження процесів та явищ дійсності ставить необхідність розглянути питання про сутність розв'язання прикладної задачі за допомогою математики. Певні процеси передбачають заміну реальних об'єктів і відношень між ними математичними об'єктами і відношеннями між ними. Для цього необхідно передусім виділити суттєві характеристики реальних об'єктів і відношень між ними, проігнорували несуттєві, а тоді – саме їх замінити математичними об'єктами і зв'язками між ними. Процес такого заміщення називають математичним моделюванням.

Математичними моделями звичайно називають наближені описання якогось класу явищ зовнішнього світу, виражені за допомогою математичних понять і відношень між ними.

Отже, процес математичного моделювання загалом складається з трьох етапів:

- 1) вибір чи побудова математичної моделі для описання даної задачі;
- 2) дослідження побудованої моделі, тобто розв'язування математичної задачі;
- 3) тлумачення результатів дослідження, встановлення відповідності одержаного результату меті досліджень.

При необхідності уточнюється сама математична модель і результати, які з неї випливають.

Метод математичного моделювання є потужним сучасним пізнавальним методом і ефективним засобом розв'язування прикладних задач. Роль його має стійку тенденцію до зростання у практичній діяльності.

Прикладні математичні задачі підвищують мотивацію занять математикою. У процесі розв'язування таких задач зручно застосовувати математичні моделі.

Багаторазове повторення ідей, методів і прийомів розв'язування задач методом математичного моделювання дає змогу залучити до начального процесу більшу частину учнів. Варто мати на увазі, що не всі однаково розвиваються в інтелектуальній сфері.

Різноманітність підходів до розв'язування прикладних задач допомагає:

- а) глибше осмислити математичні засоби;
- б) продуктивніше розв'язувати задачі, що розвивають інтелект учня, гнучкість мислення.

У методиці і практиці навчання математиці одні і ті самі задачі слід використовувати багаторазово, розв'язуючи їх кожного разу новими методами.

Побудова математичної моделі ґрунтується на абстрагуванні від властивостей об'єкта пізнання, крім кількісних і просторових. При побудові математичної моделі завжди виникає необхідність нехтувати тими чи іншими сторонами реальності. Про якість побудованої моделі можна судити лише за результатами порівняння дійсності з інформацією, отриманою шляхом дослідження моделі. Таким чином, метод математичного моделювання виходить з практики, створюючи математичні моделі явищ і процесів, і повертається до неї, щоб обґрунтувати доцільність створення моделі.

Застосування математики до розв'язування прикладних задач можна також зобразити за такою схемою: побудова математичної моделі → розв'язування математичної задачі → змістовий аналіз одержаних результатів.

Складність математичної моделі визначається складністю досліджуваного об'єкта й точністю розрахунків.

Зрозуміло, що цінність математики не зводиться тільки до вивчення певних явищ або процесів за допомогою моделей. Математика – це важлива наука, вона дає потужні методи для пізнання світу та вивчення його закономірностей.

Головна сила математики полягає в тому, що разом із розв'язуванням однієї конкретної задачі вона створює загальні прийоми та методи, що можуть бути застосовані в багатьох інших випадках, які не завжди можна передбачити.

Щоб з успіхом застосовувати математичні моделі необхідно передусім мати знання, вміти правильно користуватися математичним апаратом, знати межі допустимого використання математичної моделі, яка розглядається.

Результативність досвіду: Досвід реалізації професійної спрямованості навчання шляхом використання інноваційних засобів активізації пізнавальної діяльності учнів при викладанні предметів „Алгебра”, „Геометрія” дає позитивні результати: збільшилась мотивація учнів не тільки до вивчення предмету, але й до здобуття професії, зросла кількість учнів, які беруть участь у ліцейній олімпіаді.

Висновки і рекомендації: Розвиток комп'ютерної техніки не стоїть на місці. З кожним днем ми дізнаємося про нові відкриття, нові вдосконалення техніки, не лише тієї, яку використовують науковці, вдосконалюється техніка, якою користуються електромонтери, слюсарі, трактористи, обліковці з реєстрації бухгалтерських даних. Це не може не впливати й на освітню галузь, зокрема на професійну школу, яка як ніяка інша повинна реагувати на зміни. Поряд із здобуттям професійної освіти учні у ДПТНЗ „Сарненський професійний аграрний ліцей” отримують і загальну середню освіту. Але теперішні умови ринку праці, вимоги до кваліфікованих працівників показують, що ці два процеси повинні бути нерозривні.

Впровадження елементів професійного навчання поряд із використанням інноваційних форм і методів роботи з учнями дає змоги підвищити фаховий

рівень кваліфікованих робітників, які виходять зі стін навчального закладу. Запровадження елементів професійно-спрямованого навчання математики підвищує мотивацію навчальної діяльності учнів та формує стійкий пізнавальний інтерес до інформаційно-комунікаційних технологій, забезпечує індивідуалізацію процесу навчання, що сприяє більш якісному та свідомому засвоєнню навчального матеріалу, надає навчально-пізнавальній діяльності дослідницького, творчого характеру, продовжуючи формування в учнів навичок та умінь самостійної роботи.

Проте варто сказати, що дана робота вимагає від викладача подвійної віддачі, адже поряд із фаховими знаннями, які він використовує у професійній діяльності потрібно володіти інформацією про професії, які здобувають учні, теми, які вивчають під час професійного навчання, необхідними мінімумом теоретичного матеріалу для того, щоб скласти завдання і зорієнтувати учнів на правильне їх виконання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров. / Е.С. Полат [и др.]; Под ред. Е.С. Полат. - 2-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2005. - 272 с.
2. Клочко О.В. Формування інформаційної культури студентів-аграріїв// Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Збірник наукових праць. – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова. – Випуск 7. - 2003. – 263 с. - С. 164-171.
3. Клочко О.В. Прикладний аспект функції навчання математики студентів аграрних ВНЗ// Збірник наукових праць №22. Частина II. – Хмельницький: Видавництво Національної академії прикордонних військ України ім. Б. Хмельницького, 2003.– С. 74–81.
4. Клочко О.В. Формування у студентів вищих навчальних аграрних закладів професійної мотивації у процесі навчання математики// Інформаційно-комунікаційні технології у середній і вищій школі: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції (м. Ізмаїл, 27-29 травня 2004 р.). – Київ – Ізмаїл, 2004. – С. 226.
5. Клочко О.В. Формування мотивації професійної спрямованості у навчанні математики студентів вищих навчальних аграрних закладів// Науковий вісник Ізмаїльського державного гуманітарного університету. – Ізмаїл, 2004. – Вип. 16. - С. 176–181.
6. Клочко О.В. Контроль знань студентів при вивченні математики// Вісник Рівненського державного гуманітарного університету: розділ “Педагогіка”: “Сучасні технології навчання: проблеми і перспективи”. Збірник наукових праць, ч.1. - Рівне: РДГУ, 2001.- С. 168-175.
7. Клочко О.В. Формування конкретно-предметних знань з математики як першооснови розвитку професійної культури студентів аграріїв// Теорія та методика навчання математики, фізики, математики: Збірник наукових праць. Випуск 3: В 3-х томах.– Кривий Ріг: Видавничий відділ НметАУ,

2003.– Т.3: Теорія та методика навчання математики.
- С. 136-146.

8. Ключко О.В. Організація лабораторних занять з математики зі студентами аграрних спеціальностей // Теорія та методика навчання математики, фізики, математики: Збірник наукових праць: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НацМетАУ, 2002.– Т.3: Теорія та методика навчання математики.– С. 108-116.
9. Бычков А. В. Метод проектов в современной школе / А.В. Бычков. – М., 2000. – 126с.
10. Софронова Н.В. Теория и методика обучения математике: учебное пособие. / Н.В. Софронова. - М.: Высшая школа, 2004. - 223 с: ил.
11. Дичківська І.М. Інноваційні педагогічні технології: Навчальний посібник. – К.: Академвидав, 2004.– 352 с. (Альма-матер).
12. Інтерактивні технології навчання: теорія, практика, досвід: метод. посіб. авт.-укл.: О. Пометун, Л. Пироженко. – К,: А.П.Н.; 2002, – 136с.
13. Підласий І.П. Практична педагогіка або три технології. Інтерактивний підручник для педагогів ринкової системи освіти – К.: Видавничий дім „Слово”, 2004. – 616 с.
14. Рамський Ю. С. Інформаційна культура вчителя математики та математики / Ю. С. Рамський // Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини / гол. ред. М. Т. Мартинюк. – К. : Міленіум, 2005. – С. 311–321. – (Спеціальний випуск).
15. Роберт И. Новые информационные технологии в обучении: дидактические проблемы, перспективы использования / И. Роберт // Информатика и образование. – 1991. – № 4. – С. 18–25.
18. Гуревич Р. Нові інформаційні технології в інженерно-педагогічній освіті / Р. Гуревич, Л. Коношевський, В. Сумський // Педагог професійної школи: Зб. наук, праць. - К.: Наук. світ. - 2001. - Вип. 1.

19. Кульчицький І. Вплив сучасних комп'ютерних інформаційних технологій на традиційні методики навчання / І. Кульчицький // Вісник Львівського університету. - Серія педагогічна. - Львів. - 2001. - Вип. 15.
24. Литвин А.В. Використання технологій мультимедіа у професійній підготовці / А.В. Литвин // Педагогіка і психологія професійної освіти. - 2005. - № 2.
25. www.osvita.ua
26. metodportal.com
27. <http://matematichka.at.ua>
28. <http://festival.1september.ru>
29. http://itosvita.ucoz.ua/index/onlajnova_navchalna_sistema/0-15
30. <https://sagevg.wordpress.com>
31. <http://nikolay-frolov.edukit.mk.ua>
32. <https://matematikamoysu.wordpress.com>

Критичні точки функції. Точки екстремуму.

Методична розробка уроку

*Жодна інша наука не навчає так
ясно розуміти гармонію природи,
як математика...*

П. Карус

*Будь - яка наука досягає вершин лише тоді,
коли вона користується математикою*

К. Маркс

Дидактична мета: сприяти формуванню поняття критичних точок функції, точок екстремуму, екстремумів функції, засвоєнню необхідної й достатньої умови екстремуму, алгоритму знаходження екстремумів функції.

Розвиваюча мета: сприяти розвитку творчих здібностей учнів, логічного мислення, вміння аналізувати і синтезувати наукові ідеї; розвивати пам'ять, увагу, спостережливість, уміння обґрунтовувати і доводити справедливість свого твердження, виконувати узагальнення і систематизацію отриманих знань;

Виховна мета: сприяти вихованню старанності, цілеспрямованості, наполегливості у досягненні поставленої мети, математичної грамотності і культури мовлення, тактовності.

Тип уроку: засвоєння нових знань і вмінь

Обладнання: комп'ютер, мультимедійний проектор, роздатковий матеріал, презентація „Критичні точки функції. Точки екстремуму”, картки для проведення гри „Математичне лото”.

ХІД УРОКУ

I. ОРГАНІЗАЦІЯ КЛАСУ.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ УЧНІВ.

Усний рахунок:

1. Знайти похідну:

1) $x^2 + x^7$;

2) $2x$;

3) $\sin x - 2$;

4) $3\cos x$;

5) x^{-3} ;

6) $4x^2$;

7) $\cos x - 3 \sin x$;

8) $\frac{3}{4}$;

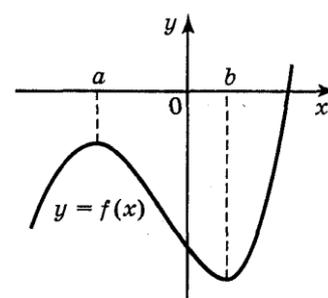
9) $\cos 2x$;

10) -6 .

2. Зростає чи спадає функція: $y = 5x - 2$; $y = 3 + 4x$; $y = 8 - 7x$; $y = 8$

3. Вкажіть проміжки зростання і спадання функції:

Як можна знайти проміжки зростання і спадання функції, якщо вона задана формулою?



Повторюємо ознаки зростання і спадання функції.

Проблемна ситуація:

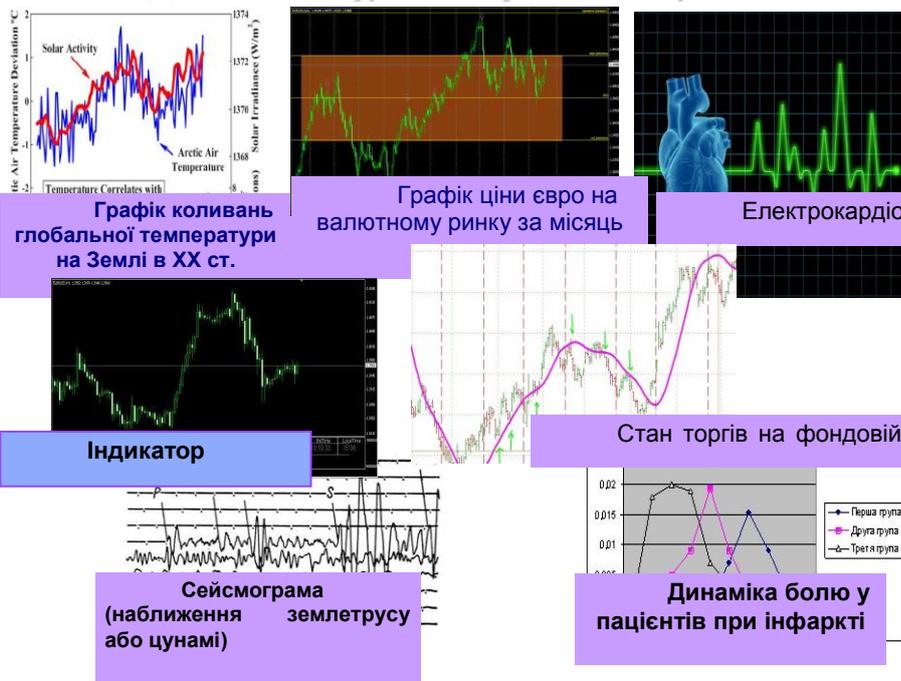
На проміжках $(-\infty; a]$ і $[b; +\infty)$ функція зростає, похідна має знак „+”, на $[a; b]$ спадає, похідна „-”, а чим цікаві точки a і b , чим вони особливі.

III. МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Ви вивчили одне із фундаментальних понять алгебри і початків аналізу – похідну, навчилися знаходити проміжки монотонності функції. І, напевно даєте собі запитання „А навіщо?”. Саме за допомогою похідної розв’язують задачі з фізики, економіки, геометрії, програмування. Викликає інтерес поняття точок, в яких похідна не додатна і не від’ємна.

Саме ці точки зацікавили багатьох вчених і зараз успішно допомагають людству в різних сферах діяльності. Зокрема, в екології, медицині, геології, економіці та ін. (слайд 4 „Дослідження функції і прикладні науки”)

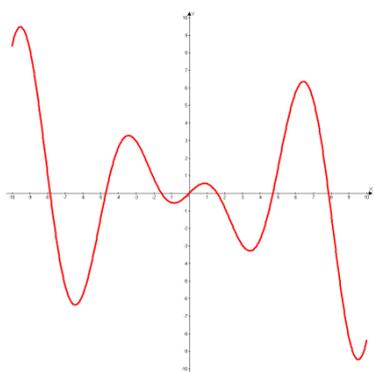
Дослідження функції і прикладні науки



Оголошую тему і мету уроку: „Критичні точки функції. Точки екстремуму”. Сьогодні ми познайомимось саме з такими точками і поняттями, які пов’язані з ними.

Демонструється презентація з коментуванням вчителя

IV. СПРИЙМАННЯ І УСВІДОМЛЕННЯ ПОНЯТТЯ ТОЧОК ЕКСТРЕМУМУ ТА ЕКСТРЕМУМУ ФУНКЦІЇ.



Користуючись малюнком знаходимо точки, особливі для графіка функції.

Означення Внутрішні точки області визначення функції, в яких похідна дорівнює нулю або не існує, називають критичними точками функції.

При дослідженні поведінки функції в деякій точці зручно користуватися поняттям околу. **(слайд 7)**

Околом точки x_0 називається будь-який проміжок, для якого x_0 є внутрішньою точкою. Наприклад, інтервали $(2; 5)$, $(2,5; 3,5)$, $(2,9; 3,1)$ – околиці точки 3.

Розглянемо графік функції, зображений на рис. 2. (Використовується метод евристичної бесіди)

В якій точці функція набуває найбільшого (найменшого) значення. Порівнюємо із значенням в інших точках.

Як видно із рисунка, існує такий окіл точки $x = a$, що найбільше значення функція $y = f(x)$ в цьому околі набуває в точці $x = a$. Точку $x = a$ називають точкою максимуму цієї функції.

Аналогічно точку $x = b$ називають точкою мінімуму функції $y = f(x)$, оскільки значення функції в цій точці найменше порівняно зі значеннями функції в деякому околі точки b .

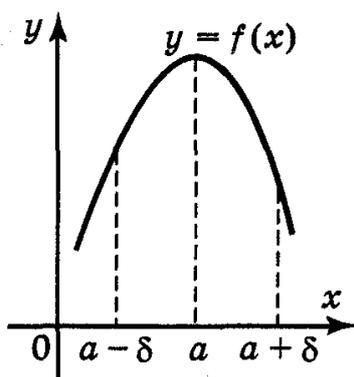


Рис.2

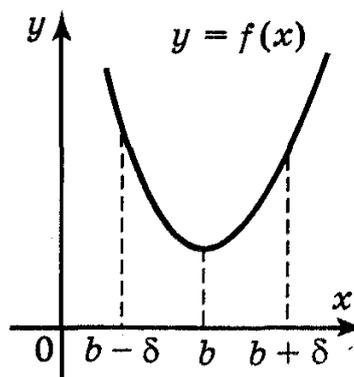
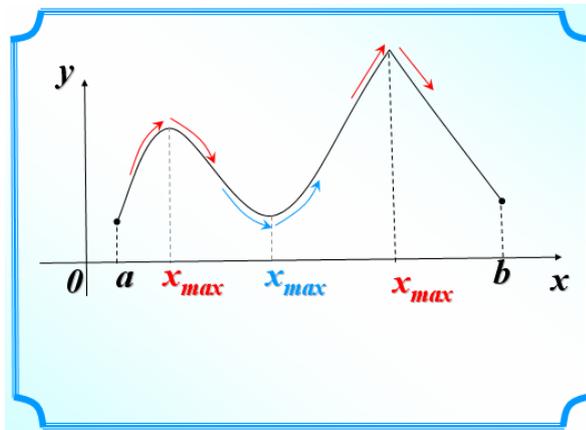


рис.3

Означення. Точка a із області визначення функції $f(x)$ називається точкою максимуму цієї функції, якщо існує такий окіл точки a , що для всіх $x \neq a$ із цього околу виконується нерівність $f(x) < f(a)$. (Рис. 2).

Означення. Точка b із області визначення функції $f(x)$ називається точкою мінімуму цієї функції, якщо існує такий окіл точки b , що для всіх $x \neq b$ із цього околу виконується нерівність $f(x) > f(b)$. (Рис. 3). (Слайд 8, 9).

Означення. Точки максимуму і точки мінімуму називають точками екстремуму функції, а значення функції в цих точках називають екстремумами функції (максимум і мінімум функції) (лат. *ekstremum* – край, кінець)



Точки максимуму позначають x_{max} , а точки мінімуму — x_{min} .

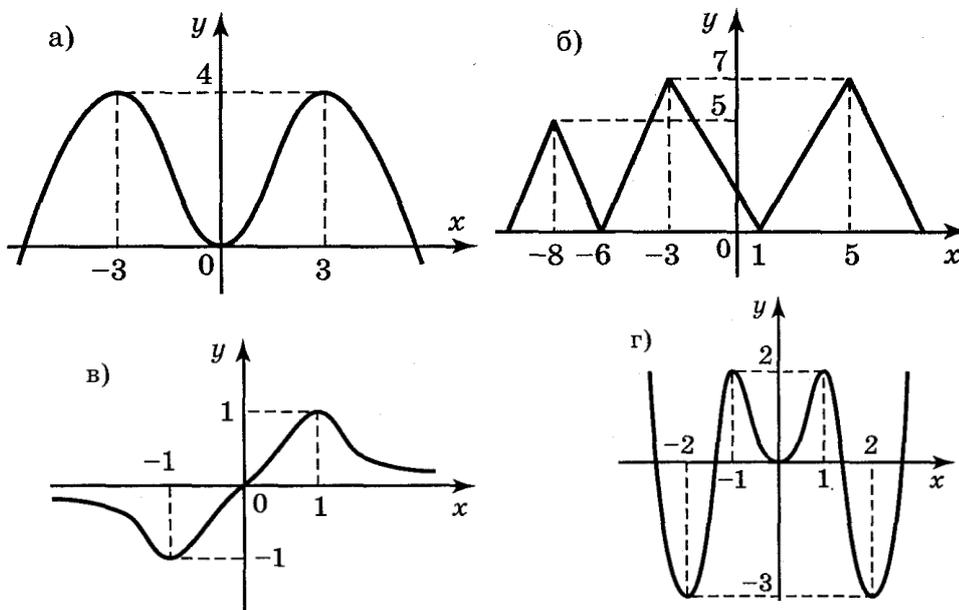
Значення функції в цих точках, тобто максимуми і мінімуми функції, позначаються: y_{max} і y_{min} .

Виконання вправ усно (слайд 10). (Робота в групах : I ряд – пит. 1, II ряд – пит. 2, III ряд – пит. 3).

1. Бліц-опитування на слух, виконується дуже швидко. Можна проводити як змагання між командами (робота в групах).

1. Для функцій, графіки яких зображено на рисунках 41, α — γ знайдіть:

- 1) точки максимуму функції
- 2) точки мінімуму функції;
- 3) екстремуми функції.



Відповідь: 1) а) $x_{max} = -3$, $x_{min} = 0$, $x_{max} = 3$; б) $x_{max} = -8$, $x_{min} = -6$; $x_{max} = -3$; $x_{min} = 1$; $x_{max} = 5$; в) $x_{min} = -1$; $x_{max} = 1$; г) $x_{min} = -2$; $x_{max} = -1$; $x_{min} = 0$; $x_{max} = 1$; $x_{min} = 2$;

2) а) $y_{max}=4$; $y_{min}=0$; б) $y_{max}=5$; $y_{max}=7$; $y_{min}=0$; в) $y_{min}=-1$; $y_{max}=1$; г) $y_{min}=-3$; $y_{min}=0$; $y_{max}=2$.

V. СПРИЙМАННЯ І УСВІДОМЛЕННЯ НЕОБХІДНОЇ УМОВИ ЕКСТРЕМУМУ. (Слайд 11)

Розглянемо функцію $y = f(x)$, яка визначена в деякому околі точки x_0 і має похідну в цій точці.

Теорема Ферма. Якщо x_0 — точка екстремуму диференційованої функції $y = f(x)$, то $f'(x_0) = 0$.

Це твердження називають теоремою Ферма на честь

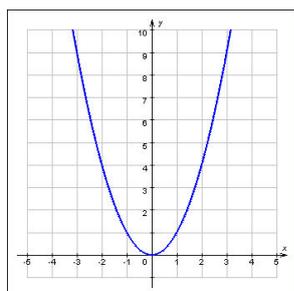
П'єра Ферма (1601—1665) — французького математика.

Теорема Ферма має наочний геометричний зміст:

в точці екстремуму дотична паралельна осі абсцис, і тому її кутовий коефіцієнт $f'(x_0)$ дорівнює нулю

Проблема! (Слайд 12)

Чи завжди критичні точки є точками екстремуму?



Розглянемо функції $y = x^2$ та $y = x^3$.

Наприклад, функція $f(x) = x^2$ має в точці $x_0 = 0$ мінімум, її похідна $f'(0) = 0$.

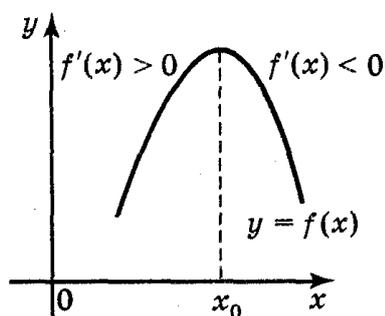
Якщо $f(x) = x^3$, то $f'(x) = 3x^2$ і $f'(0) = 0$.

Проте точка $x = 0$ не є точкою екст-

ремуму, оскільки функція $f(x) = x^3$ зростає на всій числовій осі.

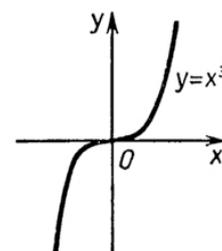
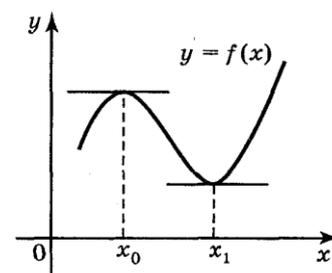
Отже, для того, щоб точка була точкою екстремуму недостатньо, щоб вона була критичною.

VI. Сприймання і усвідомлення достатньої ознаки екстремуму функції (слайд 13).

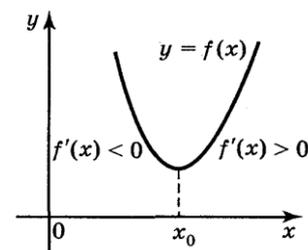


Сформулюємо достатні умови того, що критична точка є точкою екстремуму, тобто умови, при виконанні яких критична точка є точкою максимуму або мінімуму функції.

Якщо похідна ліворуч критичної точки додатна, а



праворуч — від'ємна, тобто при переході через цю точку похідна змінює знак з „+” на „-”, то ця критична точка є точкою максимуму (рис.1).



Дійсно, в цьому випадку ліворуч стаціонарної точки функція зростає, а праворуч — спадає, отже, дана точка є точкою максимуму.

Якщо похідна ліворуч стаціонарної точки від'ємна, а праворуч — додатна, тобто при переході через стаціонарну точку похідна змінює знак з „-” на „+”, то ця стаціонарна точка є точкою мінімуму (рис.2).

Якщо при переході через стаціонарну точку похідна не змінює знак, тобто ліворуч і праворуч від стаціонарної точки похідна додатна або від'ємна, то ця точка не є точкою екстремуму.

Складемо алгоритм знаходження екстремумів функції. (Слайд 14)

1. Знайти область визначення.
2. Знайти критичні точки функції.
3. Визначити, які з них є точками екстремуму.
4. Обчислити значення функції в точках екстремуму.

VII. ОСМИСЛЕННЯ НАБУТИХ ЗНАНЬ.

1. Розв'язування вправ. (Слайд 15)

Приклад 1. Знайдіть екстремуми функції $f(x) = x^4 - 4x^3$.

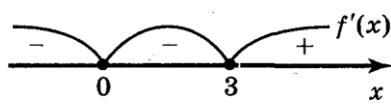
Розв'язування

Область визначення функції — \mathbf{R} .

Знайдемо похідну: $f'(x) = (x^4 - 4x^3)' = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x - 3)$.

Знайдемо стаціонарні точки: $f'(x) = 0, 4x^2(x - 3) = 0, x = 0$ або $x = 3$.

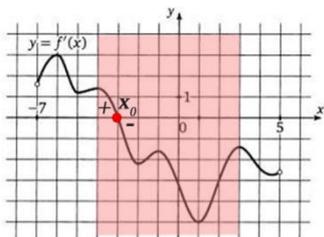
Наносимо стаціонарні точки на координатну



пряму та визначаємо знак похідної на кожному інтервалі.

$x = 3$ — точка мінімуму, бо при переході через цю точку похідна змінює знак з „-” на „+”: $x_{min} = 3$.

7. Задано графік похідної $f'(x_0)$, x_0 – точка екстремуму. Яка це точка - максимуму чи мінімуму?



Точка максимуму;

Точка мінімуму

8. Як поводить себе функція?

а). $y = 5 - 4x$

б). $y = 3x + 6$

а). Спадає ;

б). Зростає

Якщо відповіді правильні, то учень складе слово „П’єр Ферма” і отримує 11 балів. За кожну неправильну відповідь знімається 1 бал.

VIII. ПІДВЕДЕННЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ.

Перевіряються результати гри.

IX. ПОВІДОМЛЕННЯ ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ.

1. §10, №355(а), 359(б) (Слайд 24)

2. Підготувати історичну довідку про П’єра Ферма.

Розв'язування логарифмічних рівнянь

Методична розробка уроку

*Математика – знаряддя, за допомогою якого людина
пізнає і підкоряє собі навколишній світ...
Годфрі Харді Харолд (англ. математик)*

Мета:

- сприяти формуванню умінь учнів розв'язувати логарифмічні рівняння різними методами;
- сприяти розвитку в учнів інтелектуальних та творчих здібностей;
- сприяти вихованню доброзичливості і відповідальності за результати своєї роботи.

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: Персональний комп'ютер, мультимедійний проектор, картки з літерами.

ХІД УРОКУ

I. ПЕРЕВІРКА ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ.

В кінці уроку збираю зошити для перевірки виконання домашнього завдання.

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ.

Повторюємо найпростіші логарифмічні рівняння, методи розв'язування логарифмічних рівнянь, означення логарифма.

На екран проектується інформація:

Означення логарифма

$$\log_a v = x; \quad a^x = v$$

Найпростіші логарифмічні рівняння

$$1) \log_a x = t, \quad 2) \log_a x = \log_a t,$$

$$x = a^T;$$

$$x = T.$$

III. МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Знання з математики допомагають людині жити в сучасному світі, пізнавати всі його дива і таємниці. Саме математика – знаряддя, за допомогою якого людина пізнає і підкоряє собі навколишній світ.

Сьогодні ми проведемо незвичайний урок, урок-гру „Поле чудес”, під час якого познайомимось з іменами видатних людей, які зробили вагомий внесок у розвиток математичної науки.



IV. Гра „Поле чудес”.

Гра проходить у три тури.

1 тур. (відбірний). У цьому турі приймають участь всі учні класу. Вони повинні відгадати слово. Щоб відкрити букву треба правильно розв'язати завдання і за відповіддю знайти потрібну букву. Клас розбивається на три команди. Перша команда, яка правильно виконала всі завдання і склала потрібне слово оголошується переможцем і отримує найбільшу кількість балів.

Завдання 1 туру: Відгадайте прізвище французького математика, юриста за освітою, який вдосконалив методи розв'язування рівнянь, в тому числі квадратних.

Завдання проектується на екран, розв'язуються усно. Після цього розв'язання проектується на екран.

1) $\log_5 x = 2;$ $x = 5^2 = 25.$

2) $\log_x \frac{1}{2} = 1;$ $x^1 = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$

3) $\log_{13} x = 0;$ $x = 13^0, x = 1$



$$4) \log_{\frac{1}{2}} 4 = x. \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4, x = -2$$

1	2	3	4
---	---	---	---

Відповідь.

I) $\frac{1}{2}$

B) 25

Є) 1

M) 6

T) -2

(кожній відповіді відповідає літера)

Зашифроване слово: Вієт

За допомогою проектора демонструється фотографія вченого.

2 тур. Учні розв'язують рівняння, які спроектовані на екран. Першою починає команда-переможець.

Завдання 2 туру.

Відгадайте прізвище швейцарського математика, астронома і механіка, який майже одночасно з Дж. Непером винайшов логарифми і почав їх застосовувати.

--	--	--	--	--	--

Розв'яжіть рівняння:

Усно: 1) $\log_{1/2} x = -3$; $x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; $x = 8$.

Відповідь: 8

Самостійно: 2) $\log_3(2x + 1) = 2$; $2x + 1 = 3^2$;

$$2x + 1 = 9;$$

$$2x = 8; x = 4.$$

Відповідь: 4



Колективно на дошці:

$$3) \log_3(x+2) = \log_3(2x-5);$$

$$x+2=2x-5; \quad x=7.$$

Перевірка.

$$\log_3(7+2) = \log_3 9 = 2;$$

$$\log_3(2 \cdot 7 - 5) = \log_3 9 = 2;$$

$$2 = 2.$$

Відповідь: 7

Коментовано:

$$4) \log_3(x-2) = 0;$$

$$x-2 = 3^0;$$

$$x-2 = 1; \quad x = 3.$$

Відповідь: 3

$$5) \log_5(x-1) = 1;$$

$$x-1 = 5^1; \quad x = 6.$$

Відповідь: 6

Після одержання кожної відповіді
відкриваємо літеру.

А) 2

Б) 8

Г) 3

Р) 7

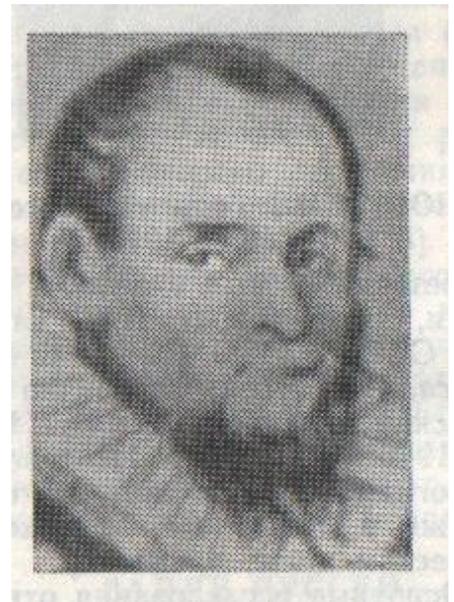
І) 6

Ю) 4

(кожному числу відповідає літера)

Зашифроване слово: Бюргі

Демонструється портрет вченого на екран.



**Йост Бюргі
(1552 - 1632)**

3 тур. У цьому турі беруть участь переможці другого туру. Вони по черзі біля дошки розв'язують завдання, правильна відповідь до якого дає можливість відгадати букву. Якщо учень допускає помилку, то хід передається іншому по черзі.

Завдання 3 туру. Французький математик, який у середині XVII ст. запропонував загальний метод розв'язування ірраціональних рівнянь.

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Завдання проєктуються на екран.

Розв'яжіть рівняння:

1). $\log_3^2 x - 2 \log_3 x - 3 = 0;$

$$\log_3 x = y,$$

$$y^2 - 2y - 3 = 0;$$

$$y_1 = 3, \quad y_2 = -1.$$

$$\log_3 x = 3, \quad x = 27;$$

$$\log_3 x = -1, \quad x = 3^{-1}, \quad x = \frac{1}{3}.$$

Перевірка:

1). $x = 27;$

$$\begin{aligned} \log_3^2 27 - 2 \log_3 27 - 3 &= \\ = 3^2 - 2 \cdot 3 - 3 &= 9 - 6 - 3 = 0, \\ 0 &= 0. \end{aligned}$$

2). $x = \frac{1}{3};$

$$\begin{aligned} \log_3^2 \frac{1}{3} - 2 \log_3 \frac{1}{3} - 3 &= (-1)^2 - 2 \cdot \\ (-1) - 3 &= 1 + 2 - 3 = 0, \quad 0 = 0. \end{aligned}$$

Відповідь: 27; $\frac{1}{3}$.

2) $\lg x + \lg (x + 21) = 2;$



$$\lg x + \lg (x + 21) = \lg 100;$$

$$\lg (x (x + 21)) = \lg 100;$$

$$x (x + 21) = 100;$$

$$x^2 + 21x - 100 = 0;$$

$$x_1 = -25, x_2 = 4.$$

Перевірка:

1). $x = -25;$

$$\lg (-25) \text{ і } \lg (-25 + 21) = \lg (-4)$$

вирази не мають змісту.

$x = -25$ сторонній корінь.

2). $x = 4;$

$$\lg 4 + \lg (4 + 21) = \lg (4 \cdot 25) = \lg 100 = 2; \quad 2=2.$$

Відповідь: 4.

3) $\log_3 x = \log_3 (6 - x^2); \quad x = 6 - x^2; \quad x^2 + x - 6 = 0; \quad x = -3, \quad x = 2.$

Перевірка:

1). $x = -3; \quad \log_3(-3) - \text{не існує,}$

$x = -3$ сторонній корінь;

2). $x = 2; \quad \log_3 2 = \log_3 (6 - 2^2) = \log_3 2.$

Відповідь: 2

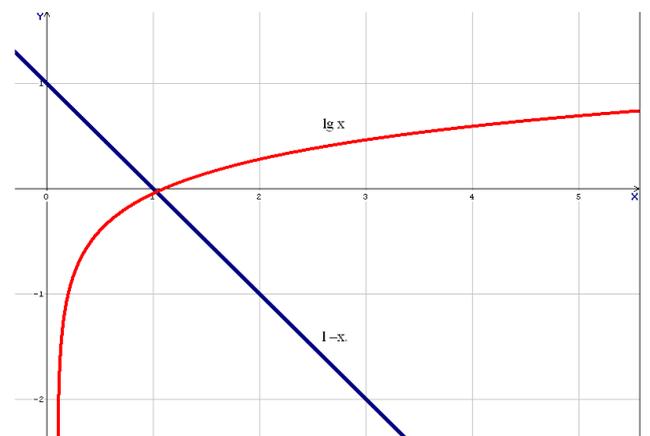
4). $\lg (x+2) - \lg 5 = \lg (x-6)$

$$\frac{x+2}{5} = x-6;$$

$$x+2 = 5(x-6);$$

$$x+2 = 5x-30;$$

$$4x = 32;$$



$$x = 8$$

Перевірка:

$$\lg(8+2) - \lg 5 = \lg 10 - \lg 5 = \lg 2;$$

$$\lg(8-6) = \lg 2; \quad \lg 2 = \lg 2$$

Відповідь: 8

5). Розв'яжіть рівняння графічним методом $\lg x = 1 - x$.

Розв'язуємо за допомогою комп'ютера.

Відповідь: 1

Після одержання кожної відповіді відкриваємо літеру.

А) 1;

Б) 7;

Р) 2;

М) 8;

Е) 4;

Ф) $27, \frac{1}{3}$;

О) 100; 0,1 .



Зашифроване слово: Ферма.

Демонструється портрет вченого на екрані.

III. ПІДСУМОК УРОКУ.

Підводимо підсумки гри, оголошуємо оцінки.

IV. ПОВІДОМЛЕННЯ ДОМАШНЬОГО ЗАВДАННЯ

1). Опрацювати розділ 6 §3, № 23 (6, 8, 9) (ст. 239) за підручником Шкіль М.І. „Алгебра і початки аналізу”.

2). Підготувати повідомлення про життя та діяльності вчених, прізвища яких прозвучали на уроці: Дж. Непер, Ф. Вієт, Й. Бюргі, П. Ферма в письмовій формі.

Логарифмічна функція, її властивості і графік

Методична розробка уроку

Мета: ввести поняття логарифмічної функції, її властивості, формувати вміння будувати графік логарифмічної функції; сприяти вихованню культури поведінки, письма, мови.

Обладнання: підручник, карти індивідуальних завдань, презентація.

Хід уроку

I. Організаційний момент

II. Перевірка домашнього завдання.

Перевірка наявності письмового домашнього завдання.

III. Актуалізація опорних знань.

2 учні біля дошки працюють з картками

1) 1. Побудувати схематично графік функції.

$$y = a^x, \quad a > 1.$$

2. Яка функція називається оберотною?

3. Означення логарифма.

2) 1. Побудувати схематично графік функції.

$$y = a^x, \quad 0 < a < 1$$

2. Як розміщені графіки взаємно обернених функцій?

3. Означення логарифма.

Усні вправи (мікрофон):

1. За означенням логарифма вказати, яке з трьох тверджень справедливе:

1. логарифм – степінь;

2. логарифм – показник степеня;

3. логарифм основа степеня.

2. Дано рівність $27^{\frac{2}{3}} = 9$. Що тут є логарифмом, якого числа і за якою основою?

3. Довести, що $\log_a a = 1$

4. Чи правильна рівність: а). $\log_4 16 = 24$

б). $\log_5 125 = 3$

в). $\lg 1 = 0$

5. Чи мають зміст вирази:

а). $\log_5 (-125)$;

б). $\log_5 0$;

в). $\log_2 (-4)^3$;

6. Обчислити: $9^{\log_9 8}$

III. Мотивація навчальної діяльності

Математика – це всеосяжна наука, без знання якої неможливо ні пізнати оточуючий нас світ, ні забезпечити науково – технічний прогрес. Одним із понять математики, яке розкриває красу природи, її загадки, досягнення науки і техніки, мистецтва є логарифмічна функція.

- ✓ Зокрема, для професії **електромонтера** цікаво знати, що **ємність циліндричного конденсатора:**

$$C = \frac{2l\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

L – висота циліндра;

R, r – радіуси внутрішнього та зовнішнього циліндра;

ϵ – техн. характеристики конденсатора;

- ✓ Ємність ділянки **одиночної довжини двохпровідної лінії**

$$C = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{l}{r}\right)}$$

r – радіус провідника

Оголошую тему і мету уроку.

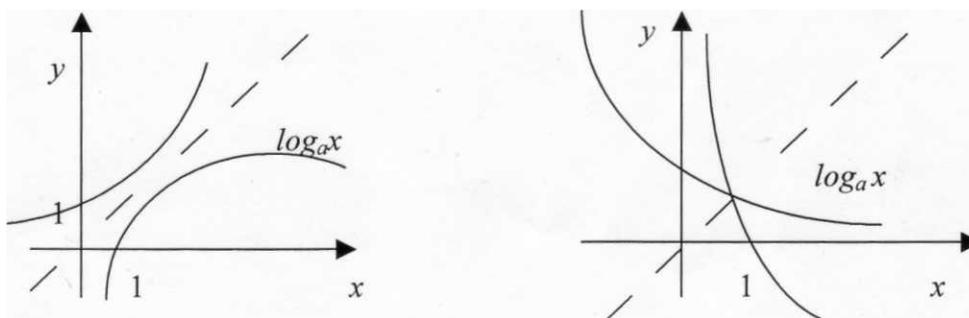
IV. Організація вивчення нового матеріалу.

Користуючись формулою показникової функції $y = a^x$ знайдемо формулу функції оберненої до даної, врахуючи те, що ця функція оборотна.

$$x = a^y ; \quad y = \log_a x, \quad x > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

Означення. Логарифмічною називається функція $y = \log_a x$, де $a > 0$, $a \neq 1$, обернена до показникової $y = a^x$

Побудуємо графік логарифмічної функції



Властивості:

- 1). $D(\log) = (0; +\infty)$;
- 2). $E(\log) = (-\infty; +\infty)$;
- 3). Якщо $a > 1$, то функція $y = \log_a x$ – зростає, а якщо $0 < a < 1$ – спадає;
- 4). Графік проходить через точку $(1; 0)$;

Повідомлення учнів про логарифмічну функцію в природі, науці, техніці, мистецтві. (Додається. Демонструється графік логарифмічної спіралі).

V. Організація закріплення нових знань.

1). Порівняти графіки функцій:

а). $y = 2^{\log_a x}$ і $y = x$;

б). $y = \log_9 x^2$ і $y = 2 \log_9 x$;

2). Знайти область визначення функцій:

а). $y = \log_{0,3} (7 - 3x)$

$$7 - 3x > 0$$

$$3x < 7$$

$$x < \frac{7}{3}$$

$$x < 2\frac{1}{3}$$

$$D(y) = (-\infty; 2\frac{1}{3})$$

$$\text{б). } y = \log_5(9 - x^2)$$

$$9 - x^2 > 0$$

$$9 - x^2 = 0$$

$$(3 - x)(3 + x) = 0$$

$$x = 3 \quad x = -3$$

$$D(y) = (-3; 3)$$

3). Розв'язування вправ самостійно (робота в парах і групах): № 142 (а, б, в).

Знайти область визначення функції

$$\text{а). } y = \log_3 2x; \quad \text{б). } y = \ln(x - 3); \quad \text{в). } y = \log_9(x + 5).$$

Перевіряємо усно.

4). Додаткове завдання: № 153. Порівняти з одиницею:

$$\text{а) } y = \log_{49} 3; \quad \text{б) } y = \log_2 14; \quad \text{в). } y = \log_{98} 128;$$

Диктант

1. Логарифмом числа b за основою a називається...
2. Графік функції $y = \log_a x$ проходить через точку...
3. Функція $y = \log_a x$ зростає (спадає), якщо...
4. Функція обернена до $y = 3^x$ ($y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$) має вигляд...
5. Вказати неправильну рівність:

$$\text{а). } \log_2 16 = 4;$$

$$\text{а). } \log_3 27 = 3$$

$$\text{б). } \log_3 \frac{1}{81} = 4;$$

$$\text{б). } \log_{0,5} 0,5 = 1;$$

$$\text{в). } \log_{0,1} = 0;$$

$$\text{в). } \log_2 0.125 = -3;$$

$$\text{г). } \lg 1000 = 3;$$

$$\text{г). } \lg 1000 = 5;$$

6. Подати в показниковій формі:

$$\log_2 64 = 6;$$

$$\log_5 25 = 2;$$

7. Знайти x :

$$\text{а). } \log_5 x = 2;$$

$$\text{а). } \log_3 x = 2;$$

$$\text{б). } \log_3 27 = x;$$

$$\text{б). } \log_3 81 = x.$$

8. Обчислити:

$$81^{\log_9 8}$$

$$36^{\log_6 7}$$

9. Чи має зміст вираз:

$$\text{а). } \log_4 (-64);$$

$$\text{а). } \log_2 (-4);$$

$$\text{б). } \log_6 (-6)^2;$$

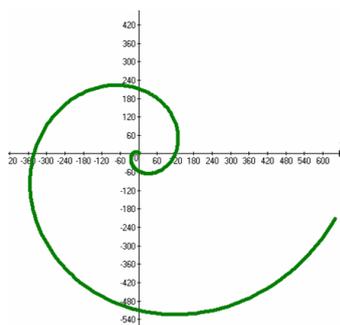
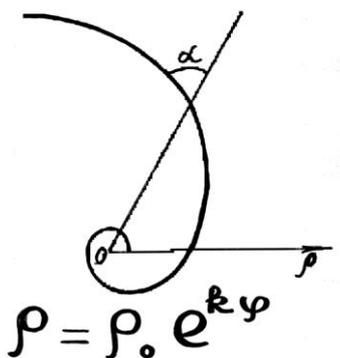
$$\text{б). } \log_8 (-16)^2.$$

Перевіряємо за готовими відповідями (на проекторі)

VII. Повідомлення домашнього завдання.

Виконати вправи № 140, 154, 156, опрацювати §4 підручника.

Графік логарифмічної спіралі.



Додаток

Хто ж і коли «придумав» логарифми?

Логарифм – з грецької означає «логос»- відношення і «аритмос»- число.

Його винахід пов'язаний з двома постатями: швейцарцем Іобстом Бюргі(1552-1632), знаним годинникарем і майстром майстром астрономічних інструментів, і шотландцем Джоном Непером (1550-1617), який теж не був математиком за професією, астрономія була його «хобі». А Бюргі працював

разом з астрономом Іоганном Кеплером. Саме величезний обсяг необхідних в астрономії обчислень і спонукав Бюргі і Непера шукати шляхів для їх спрощення. 20 років присвятив Непер своїм логарифмічним таблицям, аби, за його словами, «позбутися нудних і тяжких обчислень, відлякують зазвичай багатьох від вивчення математики». Обидва автори прийшли до своїх таблиць незалежно один від одного. Вони склали таблиці так званих натуральних логарифмів. Бюргі працював над таблицями 8 років і видав їх у 1620 році під назвою «Арифметична і геометрична таблиця прогресії». Проте його таблиці не отримали широкого поширення, бо Непер видав свій «Опис дивовижної таблиці логарифмів» на 6 років раніше. Тому і визнали число e неперовим числом.

Ідея десяткових логарифмів виникла у професора лондонського коледжу Генрі Брігса(1561-1630) після ознайомлення з таблицями Непера. Він двічі побував у Непера, здружився з ним і в процесі спільних занять обидва розробили нову, практично зручнішу десяткову систему, засновану на порівнянні прогресії.

Брігс взявся розробити велику таблицю десяткових логарифмів. Уже в 1617 р. він опублікував восьмизначні таблиці логарифмів від 1 до 10^3 , а в 1624 році спромігся видати «Логарифмічну арифметику», що містила чотирнадцятизначні таблиці логарифмів для чисел 1-20000 і 90000-100000.

Понад три з половиною сторіччя з тих пір, як у 1614 році були опубліковані Непером перші логарифмічні таблиці, вони вірою і правдою служили астрономам і геодезістам, інженерам і морякам, скорочуючи час на обчислення і, як сказав французький вчений Лаплас (1749-1827), продовжуючи життя обчислювачам.

Ще донедавна важко було уявити собі інженера без логарифмічної лінійки в кишені. Винайдена в 1624 році англійським математиком Едмундом Гунтером (1581-1626), вона дозволяла швидко одержувати відповідь з достатньою для інженера точністю до трьох значущих цифр. І хоч тепер її витіснили калькулятори і комп'ютери, проте можна сміливо сказати, що без логарифмічної лінійки не було б і перших комп'ютерів.

Логарифмічна спіраль – це крива, яка перетинає всі кути, що виходять із однієї точки O , під одним і тим же кутом α .

Рівняння (в полярних координатах) має вигляд:

$$\rho = \alpha e^{k\varphi}$$

Таку криву описує рухома точка, відстань від полюса якої росте в геометричній прогресії, а кут, що описується її радіусом-вектором, - в арифметичній.

Характерні особливості логарифмічної спіралі:

- ✓ Має нескінченну кількість витків як при розкручуванні так і при скручуванні;
- ✓ Не проходить через свій полюс;
- ✓ Її називають рівнокутною спіраллю;
- ✓ В будь-якій точці спіралі кут між дотичною до неї та її радіус-вектором зберігає постійне значення;
- ✓ При різних перетвореннях (гомотетії, повороті) вона залишається незмінною.
- ✓ Має широке застосування в технічних приладах.
- ✓ Властивості цієї кривої так вразили Якоба Бернуллі, що він назвав її *spira mirabilis* (чудова спіраль) і заповів зобразити її на його могилі з написом *Eatemmтата resurgo* (перетворювана, відроджуюся знову).

Логарифмічна функція зустрічається в найрізноманітніших галузях науки – фізиці, хімії, біології, медицині, мистецтві.

Відчуття, які сприймаються органами чуттів, можуть викликатися подразненнями, що відрізняються одне від одного в мільярди разів. Удари молота по сталевій плиті в 100 млрд. разів голосніші, ніж шелест листя, а яскравість вольтової дуги в трильйони разів більша, ніж яскравість слабенької зірочки на нічному небі. Якби відчуття були пропорційні подразненням, то ніякі фізіологічні процеси не дозволили б дати такого діапазону відчуттів.

Досліди показали, що організм ніби «логарифмує» подразнення. Це означає, що величина відчуттів приблизно пропорційна логарифмам величини подразнень. А зараз дещо несподіване повідомлення «Логарифми і ... музика».

Розкопуючи одне з поселень кам'яного віку на території України, археологи знайшли кілька кісток мамонта, призначення яких було їм незрозуміле. Лише уважний аналіз показав, що на цих кістках залишилися сліди ударів — це були залишки шумового оркестру, під звуки якого стародавні люди виконували магичні танці. Пізніше помітили, що більш приємні звуки можна отримати, зробивши барабан або просвердливши шматок дерева, щоб вийшла сопілка. А звучання тятиви лука? Воно навело на думку про створення струнних інструментів.

Піфагор був не тільки великим математиком, а й хорошим музикантом. Він встановив, що приємні сполучення звуків відповідають певним співвідношенням між довжинами струн, що коливаються, або відстанями між дірочками сопілки. Саме він створив першу математичну теорію музики, і хоча музиканти не дуже люблять перевіряти «алгеброю гармонію», вони весь час мають справу з математикою, бо сучасна гама ґрунтується на логарифмах. *На екрані зображення клавiш.*

Будемо називати найнижчу октаву нульовою; а кількість коливань ноти *йо* цієї октави за 1 секунду приймаємо за 1. Тоді нота *до* першої октави буде робити в 2 рази більше коливань. Позначимо всі ноти хроматичної гами номерами p , приймаючи за нульовий основний тон кожної гами. Тоді тон *сол* буде 7-й, *ла* — 9-й і т.д., 12-й тон буде знову *до*, тільки октавою вище.

Тому кожен наступний тон в $\sqrt[12]{2}$ разів має більше коливань, ніж попередній.

Позначимо N_{pm} — кількість коливань тону з номером p із m -ї октави.

$$N_{pm} = 2^m \left(\sqrt[12]{2}\right)^p = 2^m \cdot 2^{\frac{p}{12}} = 2^{m+\frac{p}{12}}$$

Прологарифмуємо обидві частини останньої рівності: $\log_2 N_{pm} = m + \frac{p}{12}$

Звідси видно, що номери клавiш рояля являють собою логарифми

кількості коливань відповідних звуків. Номер октави — характеристика (тобто ціла частина) логарифма, а номер звука в даній октаві — його мантиса (тобто дробова частина).

З логарифмічною функцією зв'язано багато видатних кривих.

Щоб їх одержати, треба користуватися не декартовими, а полярними координатами.

Щоб задати систему полярних координат, вибирають точку O (полюс) і з неї проводять промінь (полярну вісь). Положення точки M на площині визначається двома числами: відстанню r від O до M і кутом φ між променем OM і полярною віссю (в радіанах).

Визначення положення точки за її полярними координатами використовували, по суті, стародавні астрономи — довгота і широта і є полярними координатами на сфері. І зараз цими координатами користуються в походах за азимутом.

Там, де зараз у Києві знаходиться міст Метро, до війни прикрашав Дніпро перший капітальний міст, який називався Ланцюговим. Його збудував у 1853 році англійський інженер де Віньоль. У 1920 році білополяки висадили красень-міст у повітря. 1925 року під керівництвом Є. О. Патона міст було відбудовано, але на початку Великої Вітчизняної війни він знову був зруйнований.

Чому цей міст називався Ланцюговим?

Річ у тім, що ланцюг, вагою якого можна знехтувати і який підтримує рівномірно розподілений вантаж, провисає по параболі. Якщо ж прогин нитки викликаний її власною вагою, то форма нитки задається рівнянням:

$$y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

a — стрілка прогину, T_0 — натяг нитки в найнижчій точці, y — її лінійна густина.

Мотузка, підвішена за кінці, телеграфний провід між двома стовпами,

гнучкі нерозтягвані нитки провисають по цій кривій, яка називається ланцюговою лінією. Якщо стрілка прогину не дуже велика, то її форма нагадує параболу. Тому Галілей вважав, що ланцюгова лінія збігається з параболою. Але Гюйгенс довів, що це не так. При обертанні ланцюгової лінії навколо осі абсцис утворюється поверхня, яка називається *катеноїдом* («катена» — італійською «ланцюжок»). Ця поверхня має найменшу площу в порівнянні з усіма поверхнями, що проходять через 2 даних кола. Форму катеноїда приймає мильна плівка, обмежена двома кільцями.

ФІЗИКА

Фізика завжди вимагає математичних розрахунків, тому знання математики у фізиці завжди необхідне. Ось декілька формул, де використовуються логарифми.

✓ Робота, яку виконує газ при ізотермічному процесі

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_1}{V_2} = \frac{m}{\mu} RT \frac{P_1}{P_2}$$

m – маса газу;

μ - молярна маса газу;

R – універсальна газова стала;

T – температура за Кельвіном;

V - об'єм газу;

P – тиск газу.

✓ ємність циліндричного конденсатора:

$$C = \frac{2l\pi\epsilon\epsilon_0}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

L – висота циліндра;

R, r – радіуси внутрішнього та зовнішнього циліндра;

ϵ – техн. характеристики конденсатора;

✓ Ємність ділянки одиничної довжини двох провідної лінії

$$C = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{l}{r}\right)}$$

r – радіус провідника

- ✓ Зв'язок між сталою розпаду λ , середнім часом життя τ і періодом піврозпаду T

$$\lambda = \frac{t}{\tau} = \frac{\ln 2}{T}$$

τ – середній час життя;

T – період піврозпаду;

- ✓ Рівень інтенсивності звуку

$$L = 10 \lg \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

$I_0 = 10^{-12} \text{ Вт / м}^2$ - умовно нульовий рівень

- ✓ Ентропія $S = k \ln \Omega$

k – стала Больцмана;

Ω - термодинамічна імовірність ;

S – ентропія;

- ✓ Зміна ентропії при ізотермічному стисканні газу

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V}{V_0}$$

R – універсальна газова стала

μ - молярна маса газу

m – маса газу;

V – об'єм газу

У техніці часто застосовуються ножі, що обертаються. Сила, з якою вони тиснуть на матеріал, що розрізається, залежить від кута розрізання, тобто кута між лезом ножа і напрямом швидкості обертання. Для того, щоб тиск був сталим, потрібно щоб залишався сталим кут розрізання, а це буде у тому випадку, коли леза ножів будуть окреслені по дузі логарифмічної спіралі. Завдяки цьому лезо ножа сточується рівномірно.

Якщо літак буде летіти, дотримуючись весь час одного курсу, тобто перетинаючи всі меридіани під одним і тим самим кутом, то його шлях зобразиться на карті логарифмічною спіраллю.



У гідротехніці по логарифмічній спіралі вигинають трубу, що підводить потік води до турбіни. Завдяки такій формі труби втрати енергії при зміні напрямку течії в трубі виявляються мінімальними і напір води використовується з максимальною продуктивністю.

Хімія

Розчини в природі можуть мати різну реакцію середовища: кислу, лужну, нейтральну, що характеризується різною концентрацією йонів Гідрогену ($C(H^+)$). Для зручності датським біохіміком С.Сьоренсеном у 1909 році було введено термін «водневий показник» (рН), –це значно спростило роботу багатьом поколінням хіміків.

Водневий показник - це від'ємний десятковий логарифм концентрації йонів Гідрогену

$$pH = - \lg C(H^+)$$

Значення рН може змінюватись від 1 до 14

Наприклад, $C(H^+) = 10^{-7}$, рН=7;

$C(H^+) = 10^{-2}$, рН=2.

У нейтральному – рН=7.

У кислому середовищі рН<7, у лужному рН>7,

Показник рН в біологічних розчинах

Рідина	рН	Рідина	рН
Шлунковий сік	1,4	Сеча	6,0
Сік лимона	2,1	Слина,молоко	7,4-8
Сік яблук	2,5	Слюзи	7,0

"Антонівка"			
Томатний сік	4,1	Кров	7,4

З таблиці видно, що різні розчини в людському організмі мають різний рН, його відхилення від норми спричиняє захворювання і навіть загибель організму. Людям з підвищеною кислотністю шлункового соку рекомендується пити мінеральну воду з меншою концентрацією йонів H^+ (тобто з вищим рН), а зі зниженою кислотністю - "кислішу" воду (з нижчим рН).

Використовуючи різні засоби особистої гігієни, креми для шкіри, ліки, необхідно враховувати значення рН. Більшість рідких косметичних засобів має рН 5,5. Відповідний вміст у них катіонів H^+ оптимальний для нашої шкіри.



У сільському господарстві кислотність ґрунтового розчину є одним із головних чинників, що впливають на врожай. Так, картопля найкраще росте на слабокислих ґрунтах ($pH \approx 5$), а буряк на нейтральних ($pH \approx 7$).

БІОЛОГІЯ

Живі істоти зазвичай ростуть в усіх напрямках, зберігаючи свою форму. Але мушлі (раковини) морських тварин можуть рости лише в одному напрямі. Щоб не дуже витягуватися в довжину, їм доводиться скручуватися, причому зростання відбувається так, що зберігається подібність мушлі з її початковою формою. А таке зростання може відбуватися лише по логарифмічній спіралі або її просторовим аналогам. Тому мушлі всіх молюсків, равликів, а також роги архарів закручені по логарифмічній спіралі. Можна сказати, що ця спіраль є математичним символом співвідношення форми і зростання.

Великий німецький поет Йоганн-Вольфганг Гете вважав її символом життя і духовного розвитку.

Логарифмічна функція виникає у зв'язку з найрізноманітнішими природними формами. По логарифмічних спіралях розташовуються квітки в

суцвіттях соняшника, закручуються раковини молюска *Nautilus*, роги гірського барана і дзьоби папуг. Один з павуків, епейра, сплітаючи павутиння, закручує нитки навколо центра по логарифмічних спіралях.



Нічні метелики, які пролітають величезні відстані, орієнтуючись по паралельним промінням місяця, інстинктивно зберігають прямий кут між напрямом руху і променем світла. Якщо вони орієнтуються на точкове джерело світла, інстинкт їх підводить, і метелики потрапляють в полум'я по логарифмічній спіралі, що скручується.



По логарифмічних спіралях закручені багато галактик, зокрема Галактика, до якої належить наша Сонячна система.

Справді, безмежні застосування логарифмічної функції у різних галузях природи, науки, техніки, мистецтва.

Тригонометричні формули додавання

Методична розробка уроку

Мета уроку:

- домогтися засвоєння учнями тригонометричних формул додавання; формувати вміння відтворювати та обґрунтовувати зазначені формули, застосовувати формули додавання до обчислення значень та перетворення тригонометричних виразів;
- сприяти розвитку логічного мислення учнів;
- сприяти вихованню активності в навчанні, культури поведінки, письма, мови.

Тип уроку: засвоєння знань, формування вмінь.

Обладнання: підручник, електронна презентація.

Хід уроку

I. Організаційний етап

II. Актуалізація знань учнів.

Бліц-опитування (Робота в групах – по рядах)

Спростити вираз:

1. $1 - \sin^2 \alpha =$

2. $1 - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$

3. $1 - \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha =$

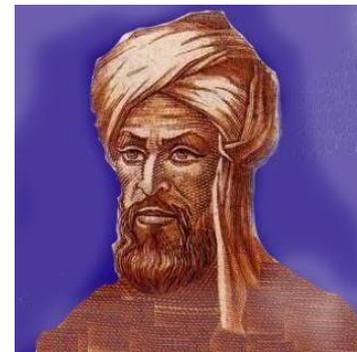
4. $1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha =$

5. $\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha =$

6. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$

III. Формулювання мети та завдань уроку, мотивація навчальної діяльності

Завдання. Обчисліть без допомоги таблиць та обчислювальних засобів: $\cos 45^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 30^\circ$, $\cos 75^\circ$.



Проблема!

Як обчислити $\cos 75^\circ$

Учні помічають, що $\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$ і якби була формула, яка пов'язує $\cos 75^\circ$ з тригонометричними функціями кутів 45° і 30° , то виконання цього завдання не викликало б труднощів.

Такі формули існують, вони називаються тригонометричними формулами додавання. За допомогою цих формул можна не тільки виконувати обчислення значень виразів, а й перетворювати, спрощувати вирази.

Знаючи ці формули, можна, наприклад, без зайвих зусиль дослідити властивості та побудувати графік функції $f(x) = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x$. Отже, основна дидактична мета цього уроку — вивчення тригонометричних формул додавання та застосування цих формул.

Історична довідка.

Учнівська презентація.

Бхаскара II (1114—1185,— визначний індійський математик та астроном XII ст.. Очолював астрономічну обсерваторію в Удджайні.

В працях видатного ученого, Бхаскари II (XII століття), наведені формули для синуса і косинуса суми і різниці кутів:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta,$$

Тригонометрія розвивалась швидкими темпами і в таких класичних сферах її застосування як артилерія, навігація, геодезія.

*Зима за літом, ніч за днем.
Плюс змінюється мінусом,
Все у природі і в людей
Іде за законом синуса.
Ряди везін і неевезін:
То зверху, то насподі ми,
Із березоля в березіль
Виходимо й приходимо.
Гріхопадіння й каяття,
І нищення і творення.
Проста гармонія буття
Повторення й повторення.
То вверх крокуємо то вниз,
Удачі за невдачами,
По синусоїді кудись
Всі пливемо неначе ми.*

Г.П. Бевз

- Розглядаючи графіки тригонометричних функцій, можна згадати, що в повсякденному житті ми бачили схожі криві та поверхні. Наприклад хвилі на морі мають форму, що нагадує синусоїду.



Застосування радіохвиль



V. Засвоєння знань.

План вивчення теми

Ознайомлення з тригонометричними формулами додавання, звертаємо увагу на те, що формули містять не один аргумент, а два.

- $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- $\text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\text{tg} \alpha + \text{tg} \beta}{1 - \text{tg} \alpha \text{tg} \beta}$
- $\text{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\text{tg} \alpha - \text{tg} \beta}{1 + \text{tg} \alpha \text{tg} \beta}$

VI. Формування вмінь

Виконання усних вправ

1. Обчисліть:

а) $\sin 75^\circ$; б) $\cos 105^\circ$; в) $\sin 15^\circ$; г) $\cos 15^\circ$; д) $\operatorname{tg} 15^\circ$; е) $\operatorname{tg} 75^\circ$.

2. Знайдіть значення виразу (робота в парах):

а) $\sin 20^\circ \cos 40^\circ + \cos 20^\circ \sin 40^\circ$; б) $\cos 70^\circ \cos 10^\circ + \sin 70^\circ \sin 10^\circ$;

в) $\sin 50^\circ \cos 40^\circ + \cos 50^\circ \sin 40^\circ$; г) $\cos 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \sin 30^\circ$;

д) $\frac{\operatorname{tg} 48^\circ + \operatorname{tg} 12^\circ}{1 - \operatorname{tg} 48^\circ \operatorname{tg} 12^\circ}$; е) $\frac{\operatorname{tg} 75^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ}{1 + \operatorname{tg} 75^\circ \operatorname{tg} 30^\circ}$.

Виконання письмових вправ. (Перед тим як розв'язувати вправу, разом із учнями обговорюємо план її розв'язання).

1. Спростіть вираз:

а) $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos \alpha$; б) $\sqrt{2} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \sin \alpha$;

в) $2 \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \sqrt{3} \sin \alpha$; г) $\sqrt{3} \cos \alpha - 2 \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$.

2. Відомо, що α і β — кути другої чверті і $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = -\frac{15}{17}$. Знайдіть:

а) $\sin(\alpha + \beta)$; б) $\sin(\alpha - \beta)$; в) $\cos(\alpha + \beta)$; г) $\cos(\alpha - \beta)$.

4. Доведіть тотожність:

а) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$;

б) $\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2 \cos \alpha \cos \beta$;

VII. Підсумки уроку

VIII. Домашнє завдання

Вивчити тригонометричні формули додавання.

Виконати вправи.

1. Обчисліть:

а) $\sin 21^\circ \cos 9^\circ + \cos 21^\circ \sin 9^\circ$; б) $\cos \frac{8\pi}{3} \cos \frac{7\pi}{3} + \sin \frac{8\pi}{3} \sin \frac{7\pi}{3}$;

в) $\cos \frac{5\pi}{9} \cos \frac{13\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} \sin \frac{13\pi}{9}$; г) $\sin 80^\circ \cos 20^\circ - \cos 80^\circ \sin 20^\circ$;

$$д) \frac{\operatorname{tg} 10^{\circ} + \operatorname{tg} 35^{\circ}}{1 - \operatorname{tg} 10^{\circ} \operatorname{tg} 35^{\circ}}; \quad е) \frac{1 + \operatorname{tg} 67^{\circ} \operatorname{tg} 7^{\circ}}{\operatorname{tg} 67^{\circ} - \operatorname{tg} 7^{\circ}}.$$

2. Доведіть тотожність:

а) $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta;$

б) $\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \beta.$

Об'єм циліндра

Методична розробка уроку

Мета уроку:

- формувати знань учнів про об'єм циліндра, а також умінь знаходити об'єми циліндрів;
- перевірити рівень засвоєння учнями поняття циліндра;
- розвивати навички культури оформлення записів у зошиті;
- виховувати інтерес до навчання.

Тип уроку: комбінований.

Обладнання: мультимедійний проектор, моделі геометричних фігур, презентації: «Об'єм циліндра», «Циліндр у побуті та моїй професії», тестові завдання.

Міжпредметні зв'язки: фізика, будова автомобіля.

ХІД УРОКУ

I. Організаційна частина

II. Перевірка домашнього завдання

Тестування.

III. Перевірка раніше засвоєних знань, актуалізація навчального матеріалу

Фронтальне опитування:

1. Заповніть пропуски:

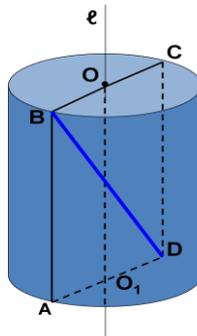
- Твірними циліндра називаються ... які сполучають відповідні точки ...

кіл основи

- Твірні циліндра ... і ...;
- Поверхня циліндра складається із ... і ...;
- Радіус циліндра – це радіус ...;
- Висотою циліндра називається відстань між ...

2. На даному зображенні циліндра назвіть:

- висоту;
- радіус циліндра;
- діаметр циліндра;
- твірну циліндра;
- осьовий переріз циліндра;



3. Нагадаємо всі слова та словосполучення, які асоціюються із словом циліндр, та запишемо їх у вигляді діаграми. У результаті на дошці з'являється зображення:



Чи всі поняття, які записані у схемі ми з вами вивчили?

III. Мотивація навчання.

Якщо озирнутися навколо, можна побачити багато речей які мають циліндричну форму. Це і предмети побуту, продукти харчування, канцелярське та хімічне приладдя, косметичні товари, різноманітні деталі тощо.

Розглядається презентація «Циліндр у навколишньому середовищі» та «Циліндр у моїй професії».

В ТЕХНІЦІ



В ТЕХНІЦІ



На практиці часто виникає потреба знати не тільки яку геометричну форму мають деякі предмети, а й знати їх об'єми.

Наприклад: Знайдіть об'єм пальної суміші в циліндрі автомобіля “Москвич”, знаючи, що внутрішній діаметр циліндра **67,5 мм**, а **робочий хід поршня 75 мм**.

Очевидно, для виконання такого завдання необхідно знати формули об'ємів тіл обертання.

Повідомляється тема та мета уроку

IV. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу

➤ Вивчення нового матеріалу.

Об'єм циліндра дорівнює добутку площі основи на висоту: $V = S_{осн.} \cdot H$.

Так як основою циліндра є круг, то площа основи дорівнює площі круга, тобто $S_{осн.} = \pi R^2$. Тому $V_{ц.} = \pi R^2 H$.

Нагадується, що R - це радіус основи циліндра; H – його висота.

V. Узагальнення і закріплення знань учнів

➤ Розв'язування задач.

Задача №1

Знайдіть об'єм тіла, утвореного при обертанні квадрата навколо його сторони, яка дорівнює a см.

Розв'язання:

При обертанні квадрата навколо його сторони, отримуємо циліндр у якого $H = a$, $R = a$.

Тому: $V = \pi \cdot R^2 \cdot H = \pi \cdot a^2 \cdot a = \pi \cdot a^3$.

Відповідь: $V = \pi \cdot a^3$.

Задача №2

✓ *Перед розв'язуванням наступної задачі повторюється формула об'єму з*

$$\text{фізики } V = \frac{m}{\rho}$$

Задача №4

Яку кількість томатного пюре (в тонах) вміщує варочний котел (має циліндричну форму) діаметром 1848 мм та висотою 2350 мм, якщо густина пюре дорівнює $V = \frac{m}{\rho}$.

Дано:

$$H = 2350\text{мм} = 235\text{см}$$

$$D = 1848\text{мм} = 184,8\text{см}$$

$$\rho = 0,16 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

Знайти:

m - ?

Розв'язування:

$$V = \pi R^2 H;$$

$$R = \frac{D}{2} = \frac{184,8}{2} = 92,4, \text{ тому } V = 3,14 \cdot (92,4)^2 \cdot 235 = 3,14 \cdot 8537,76 \cdot 235 = 6300013(\text{см}^3), \text{ тоді}$$

$$m = 6300013 \cdot 0,16 = 1008002,08\text{г} \approx 1(\text{т})$$

Відповідь: варочний котел вміщує 1 тону томатного пюре.

VII. Підведення підсумку уроку

VIII. Домашнє завдання

- 1) Вивчити формули
- 2) Розв'язати задачі.

Задача №1.

Осьовим перерізом циліндра є прямокутник, площа якого 56см^2 . Знайти об'єм циліндра, якщо радіус основи дорівнює 4 см.

Задача №2.

Об'єм циліндра $8\pi\sqrt{7}$, а його висота $2\sqrt{7}$ см. Знайти діаметр основи циліндра.

Кут між прямими та між прямою і площиною у просторі

Методична розробка уроку

Мета уроку:

- формувати в учнів поняття кута між двома прямими, між прямою і площиною у просторі, показати застосування цих понять до розв'язування задач;
- сприяти розвитку в учнів просторової уяви, вміння знаходити даний кут на зображенні, на моделі.
- сприяти вихованню графічної культури учнів, домогтися чіткості формулювань введених означень.

Обладнання: моделі до означення кута між прямою і площиною, модель прямокутного паралелепіпеда, презентація.

Хід уроку

I. Організаційний момент.

II. Перевірка домашнього завдання.

Бліц-опитування

Чи правильні твердження:

- 1) Якщо дві прямі лежать в одній площині, то вони не мимобіжні (+).
- 2) Якщо дві прямі не перетинаються, то вони паралельні (-).
- 3) Дві прямі завжди лежать в одній площині (-).
- 4) Якщо пряма в просторі перетинає одну з двох паралельних прямих, то вона перетинає і другу (-).
- 5) Паралельні прямі можуть лежати в двох площинах, що перетинаються (+).
- 6) Через точку, що не належить даній прямій, можна провести єдину пряму, яка не перетинає даної прямої (-).
- 7) Якщо точки А, В, С і Д не лежать в одній площині, то прямі АВ і СД мимобіжні. (+).

- 8) Дві прямі, мимобіжні до третьої прямої, мимобіжні між собою (-).
- 9) Якщо точки А, В, С і Д лежать в одній площині, то прямі АС і ВД перетинаються (-).
- 10) Якщо пряма паралельна одній із двох мимобіжних прямих, то вона може перетинати другу (+).

III. Організація вивчення нового матеріалу.

1. Актуалізація знань учнів.

Повторюємо випадки взаємного розміщення прямих на площині. До кожного випадку учні роблять на дошці малюнки.

- 1) прямі а і b перетинаються;
- 2) прямі а і b паралельні.

В просторі є ще один випадок:

- 3) прямі а і b мимобіжні.

Як знайти кут в першому і другому випадках? (учні дають відповідь).

Проблема. А як знайти кут між мимобіжними прямими?

Пригадуємо випадки розміщення прямої і площини.

1. Пряма а і площина α паралельні.
2. Пряма а і площина α перетинаються.
3. Пряма а лежить в площині α .

Проблема. Як знайти кут в кожному з цих випадків?

2. Мотивація навчання.

Визначення кута між мимобіжними прямими та прямою і площиною в просторі поки що нам не під силу. Для цього потрібно знати означення.

Але спочатку дамо відповідь на питання:

Де зустрічається поняття кута у вашій професії тракториста, які кути, пов'язані з трактором ви знаєте?

1. Кут поперечного нахилу шворня.
2. Кут повороту коліс, кут розвалу коліс, кут сходження коліс
3. Кути повороту рульового колеса

4. Кут атаки дискової борони
5. Кут повороту колінчастого валу
6. Гранично допустимий кут підйому,
7. Гранично допустимий кут поперечного крену трактора

Як же визначаються такі кути?

Сьогодні ми познайомимося із поняттям кута між прямими, між прямою і площиною, а на наступному – кута між площинами.

Оголошую тему і мету уроку.

3. Організація сприймання нового матеріалу.

При введенні кута між прямими чітко відокремлюємо три випадки:

1) прями a і b перетинаються. За аксіомою С3 прями a і b визначають площину α . Дві прями площини, що перетинаються, утворюють суміжні і вертикальні кути. Пригадуємо що це за кути і вводимо означення кута між прямими, що перетинаються. Кутова міра меншого з кутів називається кутом між прямими. Якщо прями перпендикулярні, то кут між ними дорівнює 90° .

2) Прями a і b паралельні. За означенням паралельних прямих у просторі, вони теж лежать в одній площині α . Вважають, що кут між паралельними прямими дорівнює нулю.

3) Прями a і b мимобіжні. Ставиться запитання, як учні уявляють собі кут між мимобіжними прямими і демонструють це на моделі. Вводимо означення кута між мимобіжними прямими. Кутом між мимобіжними прямими називається кут між прямими, які перетинаються і паралельні да ним мимобіжним прямим. Доводимо, що цей кут не залежить від вибору прямих, що перетинаються.

Пропоную учням на моделі каркасного паралелепіпеда показати мимобіжні прями і кут між ними.

Розглянемо поняття кута між прямою і площиною. Пропоную учням показати на моделі кут, який є на їхню думку кутом між прямою і площиною, які перетинаються.

Проблема. Ставлю запитання:

а) Скільки прямих можна провести через точку A у площині α ? (безліч).

б) Чи однакові кути, утворені цими прямими з прямою a ? (ні).

Пропоную учням провести через точки прямої a перпендикуляри до площини α . Основи цих перпендикулярів лежатимуть на прямій MB . Бо вже один такий перпендикуляр і пряма a визначають площину β , яка перетинається з площиною α по прямій MB .

Кутом між прямою і площиною називається кут між цією прямою і її проекцією на площину.

Зауважимо, що кут між паралельними прямою і площиною дорівнює нулю, а між перпендикулярними - 90° .

Кут між прямою і площиною, як і кут між двома прямими не геометрична фігура, а величина, кутова міра.

IV. Практичне закріплення нового матеріалу.

1. Розв'язування усних вправ за готовими малюнками.

а) AB – похила, BC – перпендикуляр до площини α .

а) Вказати кут між прямою AB і площиною α .

б) Площина α проходить через сторону AD $\triangle ABD$.

Вказати кути нахилу сторін AB і BD до площини α .

2. Колективне розв'язування задачі.

Точка A віддалена від площини на відстань h . Знайдіть довжини похилих, проведених з цієї точки під такими кутами до площини: 1) 30° ; 2) 45° ; 3) 60° .

V. Підведення підсумків уроку.

На уроці засвоїли поняття кута між двома прямими, між прямою і площиною, навчилися знаходити ці кути на моделях і малюнках.

VI. Повідомлення домашнього завдання.

Задачі за професійною спрямованістю

- Для учнів, які навчаються за професією „Слюсар з ремонту автомобілів”, „Водій автотранспортних засобів” (категорія „С”):

Задача 1

Знайти масу сталевий болванки довжиною 4 м та товщиною 36 см.

В цій задачі, як і в попередніх немає всіх даних для знаходження маси, а саме – густини сталі. Ця величина в задачі не дається навмисно, адже учні з предмету матеріалознавство цю величину повинні знати (густина сталі – $7,8 \text{ г/см}^3$). Тут навмисно дана ще одна величина в нестандартному вигляді – це товщина. І коли викладач з ними обумовить всі ці величини, то задача переводиться в площину геометрії.

Задача 2

Обчисліть масу профільного заліза довжиною 25,5 м., висотою – 1,2 м. Поперечний розріз - 8 мм.

Задача 3

Необхідно виготовити бак, що має форму паралелепіпеда з основою 1,4м х 2,2м, щоб він вмщав 2 т води. Яка повинна бути висота бака? (густина води 1000 кг/м^3).

Задача 4

Необхідно обчислити, скільки м² металу піде на виготовлення гаража з підлогою? Висота - 2,5 м, довжина - 6 м, ширина - 3 м.

Задача 5

Автомобільний бак доверху заповнений бензином. Розміри бака 1,2м х 0,6м х 0,5м. Яку відстань зможе подолати автомобіль, якщо витрата пального становить 22л на 100 кілометрів шляху?

В цій задачі учні використовують вже відомі знання з матеріалознавства, що 1 м^3 важить 710 кг.

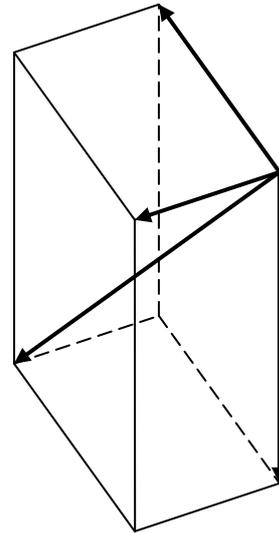
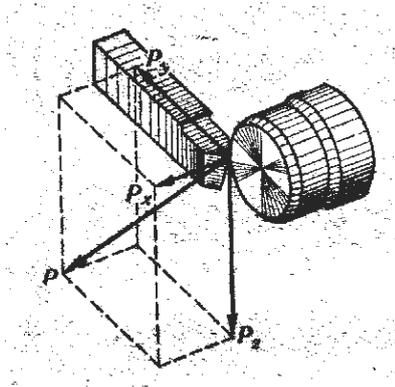
Задача 6

Автомобільний акумулятор 6 СТ55А необхідно заправити електролітом. Скільки для цього необхідно 96% сірчаної кислоти та дистильованої води?

Тут учні використовують відомості із спецтехнології (в акумулятор такої марки заливається 4л електроліту, а електроліт виготовляється у такому відношенні: 1 частина кислоти і 9 частин дистильованої води)

Задача 7

Токарю при обробці деталі силу P взаємодії ріжучої кромки різця і деталі (силу різання) можна розкласти на три взаємно перпендикулярні складові: P_x (зусилля подачі), P_y (радіальне зусилля) і P_z (вертикальне зусилля різання)¹ (мал.1). Визначити величину P через значення величин P_x , P_y і P_z .



мал.1

Розв'язання:

З малюнку видно, що P_x , P_y і P_z – ребра прямокутного паралелепіпеда, що виходять з однієї вершини, P – діагональ цього паралелепіпеда.

За теоремою про діагональ прямокутного паралелепіпеда (у прямокутному паралелепіпеді квадрат будь - якої діагоналі дорівнює сумі квадратів трьох його лінійних розмірів):

$$P^2 = P_x^2 + P_y^2 + P_z^2, ,$$

¹ Зусилля подачі P_x визначає ту частину сили різання, яка витрачається на поздовжню подачу різця. Радіальне зусилля P_y визначає ту частину сили різання, яка витрачається на поперечну подачу різця. Вертикальне зусилля різання P_z визначає ту частину сили різання, яка витрачається безпосередньо на знімання стружки з оброблювальної заготовки.

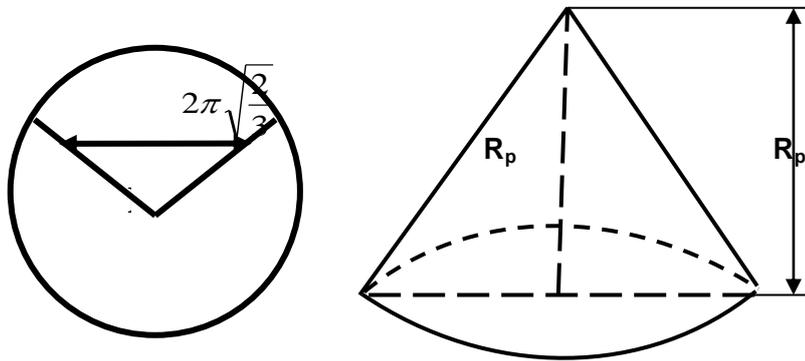
або $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$.

Відповідь: $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$.

Задача 8

Тема „Площі поверхонь тіл”

Токарю для отримання конічної лійки найбільшої місткості треба, щоб центральний кут розгортки цієї лійки був рівним $2\pi\sqrt{\frac{2}{3}}$ (мал. 2). Визначте радіус розгортки - R_p , якщо висота лійки рівна H (мал..б).



Мал. а, б Схема отримання конічної лійки

Розв'язання:

Розгортка бічної поверхні конуса є сектором. Довжина дуги цього сектора рівна

$2\pi R_p \sqrt{\frac{2}{3}}$ і рівна довжині кола основи конуса $2\pi R$, де R – радіус основи конуса. Звідси випливає:

$$2\pi R_p \sqrt{\frac{2}{3}} = 2\pi R, \text{ де } R = R_p \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

За теоремою Піфагора: $R_p^2 - R^2 = H^2$, або $R_p^2 - \frac{2}{3}R_p^2 = H^2$,

звідси $R_p = H\sqrt{3}$.

Відповідь: $R_p = H\sqrt{3}$.

Задача 9

Тема „Площі поверхонь тіл”

Визначите середню площу поперечного перерізу $F_{\text{сер.}}$ стружки, яку знімає фреза з гвинтовими канавками, якщо b – ширина фрезерування, t – глибина фрезерування, $s_{\text{хв.}}$ – хвилинна подача заготовки відносно працюючої фрези (мм/хв.), v – швидкість різання (м/ хв.).

Розв’язання:

Метал, знятий за одну хвилину, можна представити у формі прямокутного паралелепіпеда з розмірами b , t та $s_{\text{хв.}}$. Тоді об’єм стружки $V = b t s_{\text{хв.}}$. При цьому реальний процес фрезерування умовно замінено струганням (мал..) і стружка утворюється призматичної форми з поперечним перерізом $F_{\text{сер.}}$ та висотою, рівною швидкості різання v .

В цьому випадку об’єм стружки $V = 1000 (F_{\text{сер.}} v)$. Введення коефіцієнту 1000 визвано тим, що хвилинна подача вимірюється в мм / хв., а швидкість різання – в м / хв.. З умови рівності об’єму одного й того ж тіла, знайденого різними способами, слідує, що

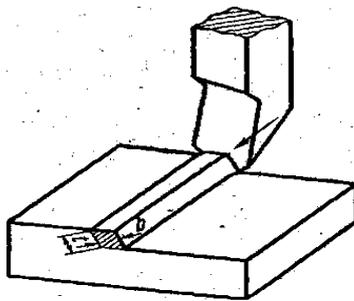
$$1000 F_{\text{сер.}} v = b t s_{\text{хв.}}$$

$$F_{\text{сер.}} = \frac{b \cdot t \cdot s}{1000 \cdot v} (\text{мм}^2).$$

Задача 10

Тема „Об’єми тіл”

Визначте найменший діаметр заготовки D_3 , з якої необхідно виготовити фрезеруванням брусок квадратного перерізу із стороною a . Чому дорівнює об’єм знятої стружки при довжині заготовки l .



Мал. 3. Схема стругання

Розв'язання:

Нехай D – діаметр основи циліндра, описаного навколо прямокутного паралелепіпеда, основа якого – квадрат із стороною a . При цьому $D = a\sqrt{2}$. За сортаментом знаходимо найближче $D_c \rangle D$. Об'єм знятої стружки V_c знайдемо як різницю об'ємів заготовки V_3 і бруска V_6 , тобто як різницю об'ємів циліндра та прямокутного паралелепіпеда:

$$V_{\bar{n}} = V_c - V_a = \frac{\pi D_c^2}{4} \ell - a^2 \ell = \ell \left(\frac{\pi D_c^2}{4} - a^2 \right).$$

У деякому випадку, якщо $D_c = D$, отримаємо

$$V_c = \ell \left(\frac{\pi (a\sqrt{2})^2}{4} - a^2 \right) = \ell a^2 \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \approx 0,57 \ell a^2.$$

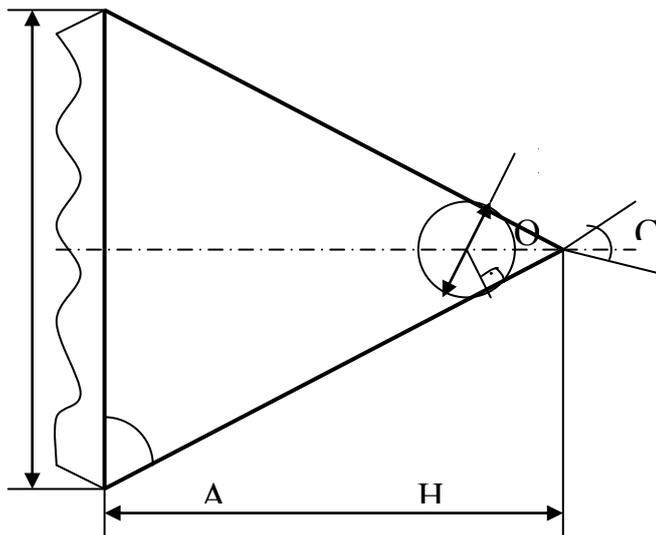
Відповідь: об'єм знятої стружки при довжині заготовки ℓ дорівнює $V_{\bar{n}} \approx 0,57 \ell a^2$.

Задача 11

Тема „Многогранники. Тіла обертання”

Токарю необхідно обточити кульове закінчення діаметром D_k на вершині центра конуса з діаметром основи D , висотою H та кутом відхилення 30° . На якій відстані по твірній конуса від його основи необхідно почати обточування кульової поверхні?

Розв'язання:



Мал. 4. Центр з кульовим закінченням конуса

Осьовий переріз центру – рівнобедрений трикутник, до бічних сторін якого дотикається коло діаметром D_k . Кут при вершині трикутника дорівнює подвійному куту ухилення конуса, тобто 60° . Центр O вписаного кола лежить на бісектрисі кута ACB та віддалений від сторін кута на відстані $\frac{D_e}{2}$, тобто

$|\hat{A}\hat{O}| = \frac{D_e}{2}$. Відрізок $|\hat{A}\hat{A}|$ необхідно визначити.

З прямокутного трикутника CEO отримуємо: $CE = OE$ та $ctg 30^\circ = \frac{D_e \sqrt{3}}{2}$.

Так як рівнобедрений трикутник ABC має при вершині кут, рівний 60° , тому він правильний. Тоді $AC = D$, а

$$|AE| = |AC| - |CE| = D - \frac{D_e \sqrt{3}}{2}.$$

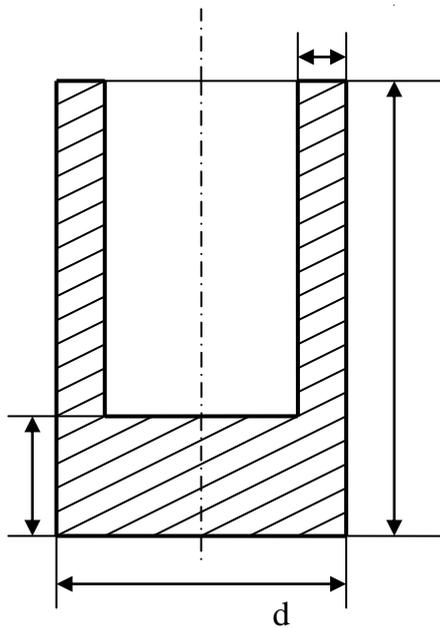
Відповідь: обточування кульової поверхні по твірній конуса необхідно почати на відстані $|AE| = D - \frac{D_k \sqrt{3}}{2}$ від його основи.

Задача 12

Тема „Многогранники. Тіла обертання”

Визначте діаметр D круглої плоскої заготовки товщею a для отримання на висадочному штампі циліндричного стакану, зображеного на даному малюнку.

Розв'язання:



Мал. 5. Стакан, отриманий на висадочному штампі

Розв'язання:

За основу розрахунку приймаємо рівність об'ємів заготовки V_3 та готової деталі V_d :

$$V_3 = \frac{\pi D^2}{4} a;$$

$$V_d = \frac{\pi d^2}{4} H - \frac{\pi (d - 2b)^2}{4} (H - a).$$

Тоді

$$\frac{\pi D^2}{4} a = \frac{\pi d^2}{4} H - \frac{\pi (d - 2b)^2}{4} (H - a);$$

$$D = \sqrt{d^2 \frac{H}{a} - (d - 2b)^2 \left(\frac{H}{a} - 1 \right)}.$$

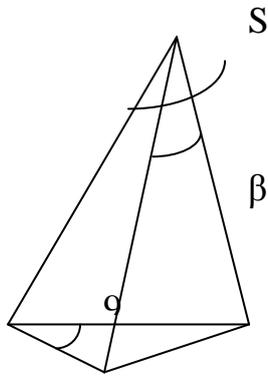
$$\text{Відповідь: } D = \sqrt{d^2 \frac{H}{a} - (d - 2b)^2 \left(\frac{H}{a} - 1 \right)}$$

Задача 13

Тема „Взаємне розміщення прямих та площин у просторі”

Для обробки деталей з чавуну і деяких кольорових сплавів застосовують швидкохідні циліндричні фрези з переднім кутом $\gamma = 0^\circ$. Визначте залежність між кутом нахилу гвинтової лінії w ($0^\circ < w \leq 45^\circ$)? Кутом загострення β ($0^\circ < \beta < 60^\circ$) та кутом загострення в нормальній площині β_n .

$$(0^\circ < \beta_n < 60^\circ).$$



Мал.7. Схема профілю зубу
циліндричної фрези

Розв'язання:

На даному малюнку $\triangle ASO$ - профіль зуба в торцевій площині. $\widehat{ASO} = \beta + \gamma = \beta$; $[AB]$ - відрізок гвинтової лінії; $\widehat{OAB} = 90^\circ - \omega$; $\triangle BSO$ - профіль зубу у нормальній площині, тобто в площині, перпендикулярній (AB) ; $\widehat{BSO} = \beta_t + \gamma_t = \beta_t$. $\widehat{OAB} = 90^\circ - \omega$

Відмітимо, що $(SO) \perp (AOB)$. Тоді $\widehat{AOS} = 90^\circ$ та $\widehat{BOS} = 90^\circ$. Крім того, $\widehat{ABO} = 90^\circ$ та $\widehat{ABS} = 90^\circ$. З прямокутного трикутника ABO отримуємо:

$$\frac{|BO|}{|AO|} = \sin(90^\circ - \omega),$$

або
$$\frac{|BO|}{|AO|} = \cos \omega. \quad (1)$$

З прямокутного трикутника ASO :

$$\frac{|AO|}{|SO|} = \operatorname{tg} \beta. \quad (2)$$

З прямокутного трикутника BSO :

$$\frac{|BO|}{|SO|} = \operatorname{tg} \beta_t \quad (3)$$

Перемноживши рівності (1) і (2):

$$\frac{|BO|}{|SO|} = \cos \omega \operatorname{tg} \beta.$$

З цієї рівності і рівності (3) випливає

$$\operatorname{tg} \beta_n = \cos \omega \operatorname{tg} \beta.$$

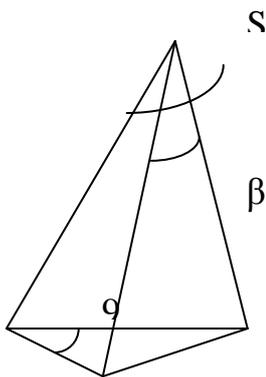
Кути ω і β є заданими, тому цією залежністю користуються для визначення кута β_n , який в свою чергу, дозволяє знайти задній нормальний кут α_n (в даній задачі, додатковий до β_n), який впливає на шорсткість обробки.

Задача 14

Тема „Взаємне розміщення прямих та площин у просторі”

Визначте залежність між кутом нахилу ω гвинтової лінії фрези ($0^\circ < \omega \leq 45^\circ$), кутом загострення β ($0^\circ < \beta < 60^\circ$), переднім кутом γ ($0^\circ < \gamma < 20^\circ$) і заднім кутом в нормальній площині α_n .

Розв’язання:



Враховуючи, що $\widehat{ASO} = \beta + \gamma$ і $\widehat{A'SO} = \beta_i + \gamma_i$, тоді $\operatorname{tg} \alpha_n = (\beta_i + \gamma_i) = \cos \omega \operatorname{tg} (\beta + \gamma)$. Так як $\alpha_n + \beta + \gamma = 90^\circ$, отримуємо $\operatorname{tg} (90^\circ - \alpha_n) = \cos \omega \operatorname{tg} (\beta + \gamma)$, або $\operatorname{ctg} \alpha_n = \cos \omega \operatorname{tg} (\beta + \gamma)$.

Відповідь: $\operatorname{ctg} \alpha_n = \cos \omega \operatorname{tg} (\beta + \gamma)$.

Мал. 7. Схема профілю зубу циліндричної фрези

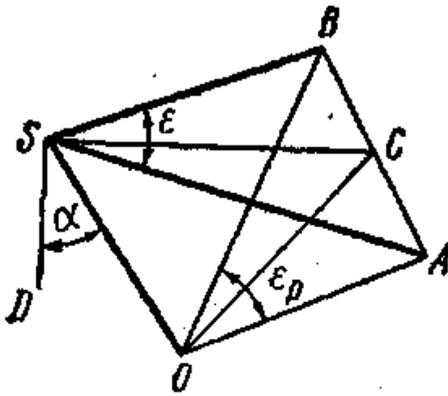
Задача 15

Тема „Взаємне розміщення прямих та площин у просторі”

По куту ε при вершині різця для нарізання трикутної різьби і задньому куту α визначте лінійний кут ε_p двогранного кута між задніми гранями. Цей кут необхідний для виготовлення шаблону, по якому перевіряють правильність заточки різця.

Розв’язання:

На мал.8 $\triangle ASB$ – передня грань різця; $\widehat{ASO} = \varepsilon$; $SD \perp (ASB)$; SO – ребро двогранного кута між задніми гранями (ASO) і (BSO) , причому $\widehat{ASO} = \widehat{BSO}$; $\alpha = \widehat{DSO}$; $(SO) \perp (BOA)$; $\widehat{BOA} = \varepsilon_p$; $(SC) \perp (AB)$, де C – середина $[AB]$; $(OC) \perp (AB)$ за теоремою про три перпендикуляри. Відмітимо, що $\widehat{BSC} = \frac{\varepsilon}{2}$, $\widehat{BOC} = \frac{\varepsilon_p}{2}$, $\widehat{CSO} = 90 - \alpha$.



Мал. 8. Схема робочої частини
різьбового різця

З прямокутного трикутника CSO:

$$\frac{|OC|}{|CS|} = \sin(90^\circ - \alpha),$$

або
$$\frac{|OC|}{|CS|} = \cos \alpha . \quad (1)$$

З прямокутного трикутника BSC:

$$\frac{|BC|}{|CS|} = \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}. \quad (2)$$

З прямокутного трикутника BCO:

$$\frac{|BC|}{|OC|} = \operatorname{tg} \frac{\varepsilon_p}{2}. \quad (3)$$

Розділивши рівності (1) і (2):

$$\frac{|OC|}{|BS|} = \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}.$$

З цієї рівності і рівності (3) почленими множеннями отримуємо:

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon_p}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}} = 1,$$

або
$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon_p}{2} = \frac{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}{\cos \alpha},$$

звідси випливає, що $\varepsilon_p = 2 \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}{\cos}$.

Відповідь: $\varepsilon_p = 2 \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}}{\cos}$.

➤ *Для учнів, які навчаються за професією „Тракторист-машиніст сільськогосподарського виробництва”, „Слюсар з ремонту сільськогосподарських машин та устаткування”:*

1. Із 9 робітників, серед яких 5 трактористів та 4 слюсарі, необхідно створювати бригаду з 8 робітників. Скількома способами можна укомплектувати бригаду так, щоб до неї увійшли не менше три трактористи і не менше 2 слюсарів?
2. Ліній розміри радіатора тракторного двигуна А-41 трактора ДТ-75 дорівнюють 72см, 12см, 46см. Знайти об'єм води необхідної для охолодження двигуна.
3. Масляний бачок проріджувача цукрових буряків ПСА – 2,7 має форму прямокутного паралелепіпеда, виміри якого дорівнюють 122см, 25см, 32см. Знайти об'єм ящика.
4. Із 24 учнів групи трактористів-машиністів сільськогосподарського виробництва потрібно вибрати 5 чоловік для посадки оранки поля, 8 чоловік – для ремонту сільськогосподарської техніки, решта – підуть сіяти озиму пшеницю. Скількома способами це можна зробити?
5. Ймовірність того, що із взятого навмання зернини виросте колос, який містить не менш як 40 зернин дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що із взятих навмання 20 зернин виросте хоча б один колос, який містить не менше як 40 зернин?
6. Із дванадцяти робітників потрібно вибрати трьох для збирання врожаю на різних ділянках. Скількома способами це можна зробити?

7. Скількома способами групу трактористів-машиністів сільськогосподарського виробництва із 18 чоловік можна розділити на дві підгрупи для ремонту сільськогосподарської техніки?
8. Учні професії „Тракторист-машиніст сільськогосподарського виробництва” на уроках з предмета „Агротехнологія” виготовляють гербарій рослин. Учень заготовив 11 рослин, з них 4 лікарські. Скількома способами можна зробити гербарій із 8 рослин, але так, щоб було не менше 2-х лікарських?
9. На військово-польових зборах двадцять учасників розділилися на дві групи для розшуку товариша, який заблукав. Серед них є лише 6 хто знає місцевість. Скількома різними способами вони можуть розділитись так, щоб до кожної групи увійшли дві особи, які знають місцевість?
10. Учень складає залік із технічного обслуговування. Залік вважається складеним, якщо учень одержить оцінку не нижче „4”. Яка ймовірність того, що учень складе залік, якщо він одержить „4” із ймовірністю 0,4, а „5” - з ймовірністю 0,3?
11. Готуючись до лицейного свята квітів, учням потрібно скласти букет із 10 айстр і 5 георгін, 6 гербер, що містить 3 айстри і 2 георгіни. Скільки різних букетів можна скласти?
12. Робітник обслуговує три верстати. Ймовірність того, що протягом однієї години верстат вимагатиме уваги робітника, становить: для першого верстата - 0,1 для другого – 0,2 і для третього – 0,15. Знайти ймовірність того, що протягом однієї години жоден верстат не вимагатиме уваги робітника.
13. При включенні запалення двигун починає працювати з ймовірністю 0,8. Яка ймовірність того, що двигун почав працювати при другому включенні?
14. У партії з 200 деталей, 150 деталей першого сорту, 30 – другого сорту, 16 – третього і 4 бракованих деталей. Яка ймовірність того, що навмання взята деталь буде першого чи другого сорту?
15. Відділ технічного контролю перевіряє половину виробів деякої партії та визнає придатною всю партію, якщо серед перевірених виробів не буде

- жодного бракованого. Яка ймовірність того, що партія із 20 виробів, у якій 2 бракованих, буде визнана придатною?
16. Третьокурсник, який навчається за професією „Тракторист-машиніст сільськогосподарського виробництва” на уроках виробничого навчання, виробляє навики з оранки ріллі на зяб. Імовірність того, що він покращить свій результат при оранці першої смуги 0,8, другої 0,9. Знайти ймовірність того, що учень принаймні один раз покращити свій результат, якщо він покращить смуги двічі.
 17. На уроках з правил дорожнього руху учні здають залік по інструкційних картках, розбираючи різні дорожні ситуації. Викладач запропонував 30 карток. Учень знає правильну відповідь на завдання 26 карток. Яка ймовірність того, що навмання взята картка виявиться учневі: а) знайома; б) не знайома.
 18. Для роботи на заняттях виробничого навчання групу із 24 учнів потрібно поділити на 6 підгруп так, щоб в кожній підгрупі було по 4 учні для виконання завдань. Скількома способами це можна зробити?
 19. Двигун, який працює протягом робочої зміни складено з трьох вузлів, кожен з яких незалежно від інших може протягом цього часу вийти з ладу. Несправність хоча одного вузла призводить до поломки двигуна. Ймовірність безвідмовної роботи протягом доби першого вузла дорівнює 0.9, другого 0.85, третього 0.8. Знайти ймовірність того, що протягом доби двигун працюватиме безвідмовно?
 20. Дано вибірку маси (у грамах) семи картоплин: 258, 224, 205, 240, 232, 205, 211. Знайдіть середнє значення цієї вибірки.
 21. Для проходження державної підсумкової атестації учень вибирає три предмети із запропонованих йому восьми. Скількома способами він може це зробити?
 22. 10 механізаторів змагаються на швидкість і якість оранки ріллі і розігрують I премію – 500 гривень, II премію – 300 гривень, III премію – 100 гривень. Скількома способами можна розіграти ці премії?

Інтелектуальна гра
Вернісаж знань

Методична розробка виховного заходу

*У математиці є своя краса,
як у поезії і музиці
М.Є. Жуковський*

Ведучий. Шановні любителі математики, сьогодні у нас в гостях така знайома і така ще не пізнана її величність - Математика.

Відомий датський фізик Нільс Бор говорив, що математика є чимось значно більшим, ніж наука, оскільки вона є мовою науки.

Історичне значення математики полягає в тому, що вона слугувала і слугує людині, що вона тісно пов'язана з іншими науками, вважає своїм головним призначенням «знаходити порядок в хаосі, який нас оточує».

Велике значення в житті людини мають числа, без використання яких неможливе життя на землі, життя у сучасному світі. Століття та секунди, температуру і час, результати досліджень — усе позначають числами.

Відзначимо, що глибоке розуміння математики потрібне не лише математикам, фізикам чи хімікам. Математичний стиль мислення, уміння мислити строго, потрібно також майбутнім юристам і історикам, біологам і лінгвістам, лікарям і будівельникам.

Людина багатогранна. У кожного з нас є якийсь талант від природи. Хтось знає математику, фізику, хімію, географію, а хтось малює, танцює, співає, складає вірші. Але математика є і в науці, і в техніці, і в літературі, і в мистецтві, і в музиці.

Математика — цариця наук, яку люблять багато учнів, тому, що на її уроках можна пізнавати тайну доведень, зробити відкриття, відчути радість перемоги. І сьогодні переможе сильніший.

Адже зараз, ми розпочинаємо інтелектуальну гру «Вернісаж знань». Сподіваємось, що наша зустріч буде пізнавальною, навчальною, цікавою.

Запрошуємо учасників гри на сцену.

Учень 1. Сьогодні ми прийшли в цей зал
Подумати, помріять, відпочити,
Побачити змагання І розумом своїм все охопити.
Згадаємо ми формулу Герона (показує портрети),
Котру ти вже не раз писав.
Згадаємо також Ньютона,
Біном якого ти пізнав.

Учень 2. Хай в пам'яті воскресне Архімед,
Що за творіння вславлений велике.
Відомий всім згадається Вієт,
Що формулу рівнянь зумів відкрити.
Учень 1. Відомий, обдарований Декарт —
Творець координатної системи
І Лобачевський — всіх учених брат.
Та скульптор геометрії — Коперник.

Учень 2. І нині славний Чебишов - титан,
Софія Ковалевська — наша прима.
Могутній їм даровано таланти,
їх розум — непохитна брила.
Думок великих та ідей творці,
Що рід людський виношував століття,
Крізь бурі перейшовши дні важкі
Переживуть тепер тисячоліття.

Знайомтесь з учасниками гри: команда «Логарифм» і «Еліпс».

Побажаємо їм успіху.

Оцінювати досягнення команд буде компетентне журі у складі:

Ведучий. «Вернісаж знань» - хоч і гра, проте ви маєте активізувати свої думки і перевірити на терезах мудрості ваш рівень знань, вашу здатність дотепно міркувати.

Оголошується перший етап конкурсу: «Метеоритний дощ».

Запиши те, що зміло дощем у формулі.

$$C=2R$$

$$S=\pi R$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

(формули записані на дошці для обох команд, хто швидше і без помилок виконає завдання. Правильна відповідь 1 бал).

Ведучий: За словами Моріса Клайна, математика - суть нашого знання про реальний світ. А знання — єдине знаряддя виробництва, яке рухає державу вперед, до нових звершень.

Другий етап конкурсу: «Математична естафета».

На дошці написано два варіанти прикладів. Кожний приклад закрито. За сигналом ведучого двоє учасників з різних команд сідають за парти і починають розв'язувати перший приклад. Учень, який розв'язав приклад, віддає розв'язання ведучому, а його місце займає другий учень і т. д.

(За кожний правильно розв'язаний приклад команді зараховується бал, а за неправильно розв'язаний – віднімається).

Ведучий: «Математика – гімнастика розуму» - сказав О. Суворов.

1 варіант.

2 варіант.

1. Трійка коней проїхала 15 км. Скільки кілометрів проїхав кожен кінь?

1. Двоє грали в шашки 4 години. Скільки годин грав кожен з них?

(15 км)

(4 год.)

2. Розв'яжіть рівняння:

2. Розв'яжіть рівняння:

$$5(x+2)=10 \quad (0)$$

3. Обчисліть:

$$11+42+89+58= \quad (200)$$

4. Розкрийте дужки:

$$-x - (-(-y)) \quad (-x-y)$$

5. Обчисліть:

$$5 \cdot 3 - 40:8 + 12:4= \quad (13)$$

$$2(x-5)=10 \quad (10)$$

3. Обчисліть:

$$12+56+88+44= \quad (200)$$

4. Розкрийте дужки:

$$-a - (-(-b)) \quad (-a-b)$$

5. Обчисліть:

$$12 : 6 + 6 \cdot 3 - 50:5= \quad (10)$$

Ведучий: У кожній справі є доробок...

А у народі зветься він жнива.

А в нас сьогодні в підсумку ідеї,

І бал високий і знання.

Оголошується музична пауза. До вашої уваги пісня

А журі підбиває бали попередніх конкурсів.

Третій етап конкурсу: «Хто швидше?»

Ведучий. Так ось давайте зробимо ще крок

До знань, науки та культури.

Тепер вам друзі розумом дерзати,

На всі питання відповідь давати.

Сміливість і дотепність хай бринить щораз І.

І буде переможцем кожен з вас.

(Хто дасть найбільше правильних відповідей за одну хвилину, за часом слідкує журі, правильна відповідь – 1 бал).

Запитання для першої команди:

1. Як називаються числа, призначені для лічби? (натуральні)
2. Скільки нулів у мільярді? (9)
3. Корінь із числа 144. (12)
4. Яке найбільше натуральне число? (не існує)
5. Сума суміжних кутів. (180°)

6. Рівність, що містить невідомі. (рівняння)
7. Відрізок, що сполучає дві точки кола. (хорда)
8. Скільки граней у прямокутному паралелепіпеді? (6)
9. Синус 30° (1/2)
10. Наближене значення числа π . (3,14...)
11. Що грецькою мовою означає «математика»? (наука)
12. Прямі, що перетинаються під прямим кутом. (перпендикулярні)
13. Скільки кілограм містить одна тонна? (1000)
14. Твердження, яке треба довести. (теорема)
15. Напрявлений відрізок. (вектор)
16. Сторона квадрата 7м, його периметр дорівнює ... (28м)
17. На яке число треба поділити 2, щоб вийшло 4? (на 1/2)
18. Який прилад використовують для вимірювання кутів?

(транспортир)

19. Хто перший ввів систему координат на площині? (Декарт)
20. Який дріб завжди менший від одиниці? (правильний)
21. Пряма, що має з колом тільки одну спільну точку. (дотична)
22. Розділ геометрії, який вивчає фігури в просторі. (стереометрія)

Запитання для другої команди:

1. Лупа дає чотирикратне збільшення. Якої величини буде кут $2,5^\circ$, що розглядається через цю лупу? ($2,5^\circ$).
2. У палки два кінці, якщо один кінець відрізати, то скільки кінців залишиться?(4)
3. Одна сота частина числа. (процент)
4. Найменше натуральне число. (1)
5. Під яким кутом перетинаються діагоналі ромба? (під прямим)
6. Прямі на площині, що не перетинаються. (паралельні)
7. Скільки цифр потрібно, щоб записати дванадцятизначне число? (10цифр).
8. Скільки граней має новий шестигранний олівець? (8)

9. Сума кутів трикутника. (180°)
10. Якій чверті належить кут 131° ? (другій)
11. Косинус 60° . ($1/2$)
12. Скільки градусів дорівнює число π ? (180)
13. Яким натуральним числом закінчується число 3333? (3)
14. Заєць витягнув 8 морквин і з'їв усі крім 5. Скільки морквин залишилось? (5)
15. У п'яти палок 10 кінців. А у п'яти з половиною? (12)
16. Яка частина числа називається відсотком? (сота)
17. В якому трикутнику сторона є висотою? (у прямокутному)
18. Найбільше трицифрове число. (999)
19. Скільки буде, якщо половину поділити на половину? (1)
20. Розділ геометрії, який вивчає фігури на площині. (планіметрія)
21. 320 в нульовому степені. (1)
22. У скільки разів прямий кут менший від розгорнутого? (у 2 рази)

Ведучий: «Математику ще й тому вивчати слід, що вона розум до ладу приводить». М.В.Ломоносов

Четвертий етап конкурсу: «Перевір свою спостережливість»:

1. Середня швидкість пішохода? 5 км/год (4-6 км/год).
2. Скільки важить учнівський зошит на 12 сторінок? 35г (20-50г).
3. Скільки важить горобець? 60г (30-100г).
4. Скільки важить футбольний м'яч? 400г (200-600г).
5. Скільки вантажу може везти кінь? 500 кг (300-800кг).
6. Яка довжина залізничної рейки? 12,5 м (10-15м).
7. Довжина звичайного олівця? 188мм (15-20 см).
8. За який час спортсмен може пробігти 5 км? (14 хв.).

Ведучий: «Математика цікава тоді, коли дає поживу нашій винахідливості й здатності до міркувань». Д. Пойа

П'ятий етап: Конкурс художників.

1. Правою і лівою рукою одночасно намалювати цифру 7 або одночасно лівою накреслити трикутник, а правою – коло.

2. Зобразити якусь тварину, використовуючи цифри, геометричні фігури.

Ведучий: «Речі — відображення чисел, числа — закон і зв'язок світу. Числа — це сила, що керує богами і смертними»-- говорив Піфагор та його учні. Вони вважали, що все можна виразити числами, що число можна побачити в усіх заняттях людини, в мистецтві, в ремеслах і в музиці. Піфагор відкрив важливий закон музики, за яким висота тону струни обернено пропорційна до її довжини.

Шостий етап конкурсу «Швидка лічба»

Кожна команда має цифри від 0 до 9. Усно рахують запропоновані приклади. Наприклад, $17+13=30$. Учасники, які мають цифри 3 і 0 виходять і показують відповідь. Перемагає та команда, яка рахує швидше.

Конкурс «Не зіб'юсь»

Учасник на кожен крок називає числа по порядку до 30, але замість чисел кратних 3 і тих що закінчуються цифрою 3, говорить «не зіб'юсь»: раз, два, не зіб'юсь, чотири і т. д.

Конкурс «Вірю - не вірю». (Від кожної команди по 1 учаснику)

Читаються твердження і про кожне з них висловити власну думку у вигляді «Вірю» або «Не вірю». (За кожну правильну відповідь 1 бал).

Т в е р д ж е н н я.

1. Шарль Перро, автор «Червоної Шапочки» написав казку «Любов циркуля і лінійки». (ТАК)

2. Лев Толстой, автор «Війни і миру» був автором підручника математики. (ТАК)

3. О.С. Пушкін написав: «Вдохновенье нужно в геометрии, как и в поэзии». (ТАК)

4. Теорему Фалеса в давнину називали «ослячий міст».(НІ. Так називали теорему Піфагора)

5. Слова « О сколько нам открытий чудных!...» належать Лермонтову (НІ, це слова Пушкіна)

6. Піфагор брав участь в кулачному бою на 85-й олімпіаді в 548 році до нашої ери. (Так, він був чемпіоном з цього виду спорту).

7. Англійська королева так захопилася казкою Льюїса Керрола «Аліса в країні чудес», що наказала доставити їй всі книжки цього автора.(ТАК, але була дуже розчарована, тому що в усіх інших творах містились математичні формули та перетворення).

8. Брати Грим, автори багатьох казок, мають в своєму доробку казку «Дивні пригоди трикутника» (НІ).

9. Рене Декарт першим запропонував метод нумерації крісел в театрі за рядами і місцями. (ТАК. Аристократи театру умовляли короля нагородити за це вченого, але король відповів: «Те, що винайшов Декарт – чудово і варте ордена, але дати його філософу – це занадто»).

Музична пауза.

Для підведення підсумків і нагородження переможців слово надається голові журі.

Ведучий: Переможця визначено, а переможених в нашій зустрічі немає. Я хочу подякувати всім за увагу і побажати успіхів тим, хто вчить математику, тим, хто навчає математики, тим, хто любить математику, тим, хто знає математику і тим, хто поки що не знає, що любить математику.